

Оригинальная статья / Original article

УДК 539.3

<https://doi.org/10.21869/2223-1528-2025-15-2-132-148>

Накопление повреждений в бедренном компоненте эндопротеза тазобедренного сустава из углерод-углеродного композиционного материала

Е.С. Разумовский^{1✉}, В.Е. Шавшуков¹

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Комсомольский пр-т, д. 29, г. Пермь 614990, Российская Федерация

✉ e-mail: erazumovskij@yandex.ru

Резюме

Цель исследования. Оценка количественного накопления повреждений в углерод-углеродном композиционном материале и влияния повреждаемости на несущую способность эндопротеза в процессе непрерывного нагружения. Необходимость оценки влияния повреждаемости на несущую способность обусловлена неоднородной структурой УУКМ. Причиной неоднородности УУКМ является пироуглеродная матрица, которая на уровне размерности кристаллитов является стохастической средой. В силу специфики строения УУКМ при малых нагрузках, вызванных случайными обстоятельствами при передвижении человека, могут возникать повреждения зерен, которые приводят к изменению упругих свойств в области поврежденной пироуглеродной матрицы и УУКМ. Такие изменения приводят к псевдопластическому деформированию изделия из УУКМ.

Методы. Модель для анализа влияния накопления повреждений на несущую способность эндопротеза, разработанная в рамках исследования, является синтезом двух методологически различных моделей. Первым уровнем модели является алгоритм, позволяющий получить решения интегрального уравнения для деформаций в зернах поликристалла пироуглеродного углерода, определить вероятности повреждения зерен матрицы для каждого из критериев, вычислить объемные доли разрушенных, частично поврежденных и неповрежденных кристаллитов и определить на двух масштабных уровнях упругие свойства пироуглеродной матрицы в рамках обобщенного сингулярного приближения и УУКМ по полидисперсной модели. Вторым уровнем является конечно-элементная модель бедренного компонента эндопротеза тазобедренного сустава, созданная в пакете ANSYS. Модель второго уровня позволяет оценить влияние повреждений матрицы на размерном уровне кристаллитов на макроскопическое механическое состояние конструкции. Взаимосвязь двухуровневой модели обеспечивается непрерывным обменом данными между двумя уровнями.

Результат исследования. Кусочно-линейная диаграмма, демонстрирующая нетривиальный псевдопластический характер деформирования УУКМ.

Заключение. Двухуровневая модель бедренного компонента эндопротеза ТБС показала, что УУКМ демонстрирует закритическое псевдопластическое деформирование, что свидетельствует о живучести и положительном механическом отклике конструкции.

Ключевые слова: пироуглерод; бедренный компонент; эндопротез; тазобедренный сустав; зерно поликристалла; структура материала; псевдопластическое деформирование.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на проведение фундаментальных научных исследований (проект FSNM-2023-0006).

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

© Разумовский Е.С., Шавшуков В.Е., 2025

Для цитирования: Разумовский Е.С., Шавшуков В.Е. Накопление повреждений в бедренном компоненте эндопротеза тазобедренного сустава из углерод-углеродного композиционного материала // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2025. Т. 15, № 2. С. 132–148. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2025-15-2-132-148>.

Поступила в редакцию 15.04.2025

Подписана в печать 02.05.2025

Опубликована 30.06.2025

Accumulation of damage in the femoral component of the hip arthroplasty made of Carbon-Carbon composite material

Egor S. Razumovskii¹✉, Vyacheslav E. Shavshukov¹

¹ Perm National Research Polytechnic University
29 Komsomolsky Ave., Perm 614990, Russian Federation

✉ e-mail: erazumovskij@yandex.ru

Abstract

The purpose of the study. Assessment of the quantitative accumulation of damage in the C/C composite and the effect of damage on the bearing capacity of the endoprosthesis during continuous loading. The need to assess the impact of damage on load-bearing capacity is due to the heterogeneous structure of the C/C composite. The reason for the inhomogeneity of the C/C composite is the pyrocarbon matrix, which is a stochastic medium at the level of the crystallite dimension. Due to the specific structure of the C/C composite, damage to the grains may occur under low loads caused by accidental circumstances during human movement. Damage to the grains leads to a change in elastic properties in the area of damage to the pyrocarbon matrix and C/C composite. Such changes lead to pseudoplastic deformation of the C/C composite product.

Methods. The model for analyzing the effect of damage accumulation on the bearing capacity of the endoprosthesis, developed as part of the study, is a synthesis of two methodologically different models. The first level of the model is an algorithm that allows us to obtain solutions to the integral equation for deformations in polycrystal grains of pyrolytic carbon, determine the probabilities of damage to the matrix grains for each of the criteria, calculate the volume fractions of destroyed, partially damaged and undamaged crystallites, and determine the elastic properties of the pyrocarbon matrix at two scale levels within the framework of the generalized singular approximation and the polydisperse model. The second level is a finite element model of the femoral component of the hip arthroplasty, created in the ANSYS package. The second level model makes it possible to evaluate the effect of matrix damage at the dimensional level of crystallites on the macroscopic mechanical condition of the structure. The interconnection of the two-level model is ensured by the continuous exchange of data between the two levels.

Result of investigation. A piecewise linear diagram demonstrating the nontrivial pseudoplastic nature of the C/C composite deformation.

Conclusion. A two-level model of the femoral component of the hip joint endoprosthesis showed that the C/C composite exhibits subcritical pseudoplastic deformation, which indicates the survivability and positive mechanical response of the structure.

Keywords: pyrocarbon; femoral component; endoprosthesis; hip joint; polycrystalline grain; material structure; pseudoplastic deformation.

Funding: The work was carried out within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for basic scientific research (FSNM-2023-0006 project).

Conflict of interest: The Authors declare no apparent or potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Razumovskii E.S., Shavshukov V.E. Accumulation of damage in the femoral component of the hip arthroplasty made of Carbon-Carbon composite material. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies.* 2025;15(2):132–145. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2025-15-2-132-145>.

Received 15.04.2025

Accepted 02.05.2025

Published 30.06.2025

Введение

Согласно статистическим данным наблюдается тенденция к росту числа операций по эндопротезированию тазобедренного сустава [1]. Диапазон возрастов пациентов, которым требуется операция по протезированию, также существенно различен [2]. Поэтому важным вопросом является выбор материала и конструкции эндопротеза тазобедренного сустава (ТБС), которые бы обеспечили непрерывный срок использования имплантата без ревизионных операций. Основная часть имплантатов изготавливается из металлических сплавов, что ограничивает их срок использования по причине расшатывания имплантата бедренной части эндопротеза тазобедренного сустава в костномозговом канале кости по причине серьезной разности полей распределения деформаций и напряжений в костной ткани в сравнении с нативной не протезированной конечностью [3] (эффект «экранирования напряжений»), а также по причине аккумуляции ионов металла в окружающих тканях [4], которые приводят к остеолиту [5], к дерматитам, крапивнице, васкулитам [6] и в конечном счете к ревизионному протезированию [7].

Использование углерод-углеродных композиционных материалов с пироуглеродной матрицей (далее – УУКМ) в биомедицинских приложениях является перспективным направлением в силу биологической стабильности [8] и близости упругих свойств УУКМ к упругим свойствам кортикальной [9] и трабекулярной костной ткани [10] ~14–29 ГПа. Близкие значения модуля упругости УУКМ осуществляется подбором армирующего компонента – углеродного волокна и вариацией объемной доли матрицы и волокна. Нахождение модуля упругости УУКМ в одном диапазоне с модулем упругости нативной костной тканью минимизирует

влияние эффекта «экранирования напряжений» и препятствует снижению плотности окружающей имплантат костной ткани. Помимо этого, за счет развитой системы пор обеспечивается качественная фиксация имплантата.

Однако УУКМ отличаются от большинства композиционных материалов существенным разбросом свойств. Разброс свойств УУКМ обусловлен неоднородной стохастической структурой пиролитической углеродной матрицы [11]. В силу стохастичности структуры и осциллирующего характера полей напряжений в зернах пиролитической углеродной матрицы кристаллиты могут повреждаться, разрушаться при макронапряжениях, существенно меньших соответствующих пределов прочности кристаллитов в кристаллографической системе координат. Накопление повреждений существенным образом оказывает влияние на упругие свойства матрицы и УУКМ, что, соответственно, приводит к изменению механической реакции изделия из УУКМ и, как следствие, к изменению несущей способности.

Во множестве работ рассматривались разнообразные задачи с вариацией граничных условий: от динамических нагрузок, имитирующих полный цикл фазы ходьбы [12], до статических, задаваемых сосредоточенными силами [13]. Конечным итогом таких задач являлось исследование напряженно-деформированного состояния имплантатов и костной ткани, получение распределений напряжений в различных зонах эндопротеза цементной фиксации [14], оценка биосовместимости материалов Ti-6Al-4V, TiNbZrTaFe имплантата на основе оценки напряженно-деформированного состояния [15] и оптимизации формы [16], несущей способности, анализ результатов решений, сопоставление и корреляция с поставленными целями и экспериментом. Однако основ-

ная часть работ касается исследования имплантатов, моделью материала которых является однородная изотропная среда с осредненными эффективными свойствами. Материалы имплантатов бедренного компонента в большей части исследований – сплавы титана, кобальтохромовые сплавы, нержавеющей стали.

Поэтому для оценки несущей способности в качестве материала эндопротеза ТБС необходима оценка количественного накопления повреждений УУКМ, а также оценка влияния повреждаемости на несущую способность эндопротеза, причем при оценке несущей способности эндопротеза в процессе нагружения необходимо прогнозировать свойства материала в режиме непрерывного нагружения.

Материалы и методы

Авторами [17] при оценке несущей способности бедренного компонента эндопротеза ТБС было определено, что разрушение однонаправленного УУКМ осуществляется от межволоконных сдвигов, а наибольший вклад оказывает сдвиговая компонента тензора напряжений σ_{xy} . Нормальные компоненты тензора напряжений, согласно картинам распределения напряжений по объему имплантата, не оказывают существенного влияния на потерю несущей способности. Очевидно, что источником разрушения при данных

условиях является пироуглеродная матрица, а основным источником начальной и последующей стадий разрушения являются специфически ориентированные зерна пироуглеродной матрицы, напряжения в которых существенным образом превышают величину макронапряжения.

Для анализа разрушения кристаллитов пироуглерода воспользуемся критериями, которые сформулированы авторами [18] в терминах компонент тензора напряжений:

$$\sigma_{33} \geq \sigma_3^+; \quad (1)$$

$$\sqrt{\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2} \geq \tau_{13}; \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2}{4} + \sigma_{12}^2} \geq \sigma_1^+; \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2}{4} + \sigma_{12}^2} \geq \tau_{12}, \quad (4)$$

где σ_3^+ , σ_1^+ – пределы прочности в направлении оси гексагональной симметрии и в поперечном направлении, где знак «+» в верхнем регистре означает соответствие моде нагружения, «-» – растяжению; τ_{12} , τ_{13} – пределы прочности при сдвиге в плоскостях $x_1 - x_3$ и $x_1 - x_2$.

Величины пределов прочности указаны в таблице 1.

Таблица 1. Пределы прочности кристаллита пироуглерода

Table 1. Strength limits of pyrocarbon crystallite

Величины пределов прочности, МПа			
σ_1^\pm	σ_3^+	τ_{12}	τ_{13}
34320	4324	5796	12140

При реализации одного из критериев зерно не оказывает механического сопротивления по данному критерию, но продолжает оказывать сопротивление по остальным трем критериям.

Тензор упругих постоянных неповрежденного зерна пироуглерода в кристаллографической системе координат имеет пять независимых величин и в матричном представлении имеет вид

$$C_{mn}^{cr(0)} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}.$$

Упругая постоянная C_{66} не является независимой и равна $C_{66} = \frac{C_{11}-C_{12}}{2}$, поэтому число независимых упругих постоянных кристаллита, имеющего гексагональную симметрию, равно 5.

Индекс «cr» в верхнем регистре у обозначения $C_{mn}^{cr(0)}$ означает то, что компоненты матрицы упругих постоянных представлены в кристаллографической системе координат. Компоненты тензора напряжений поврежденных кристаллитов должны удовлетворять определенным условиям. Так для кристаллита, поврежденного по критериям (2), (3), компоненты тензора напряжений должны удовлетворять следующим условиям: $\sigma_{33} \leq 0$, $\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$. Чтобы удовлетворить условиям, описанным выше, упругие постоянные C_{13}, C_{33}, C_{44} необходимо редуцировать – приравнять нулю. Таким образом, тензор упругих постоянных поврежденного зерна типа $(1)^+$, где $(1)^+$ показывает тип поврежденного зерна, а знак «+» соответствует всестороннему растяжению, примет следующий вид:

$$C_{mn}^{cr(1)+} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}.$$

Для деформированного состояния ($\varepsilon_1 < 0$, $\varepsilon_2 < 0$, $\varepsilon_3 < 0$) компоненты тензора напряжений должны удовлетворять условиям $\sigma_{12} = C_{44}\varepsilon_{12} \leq 0$, $\sigma_{23} = C_{44}\varepsilon_{23} \leq 0$. Таким образом, тензор модулей упругости примет вид

$$C_{mn}^{cr(1)-} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}.$$

Анализ деформированных состояний с комбинацией растяжений и сжатий показал, что вследствие сильной анизотропии зерен пироуглерода такие состояния маловероятны и ими можно пренебречь. Таким образом, тензор упругих постоянных кристаллита с учетом возможных повреждений по критериям (2)–(3) во всех состояниях может быть представлен в кристаллографической системе координат в квазилинейном виде, зависящем только от компоненты деформации ε_{33} :

$$C_{mn}^{cr(1)} = C_{mn}^{cr(1)+} H(\varepsilon_{33}) + C_{mn}^{cr(1)-} [1 - H(\varepsilon_{33})], \quad (5)$$

где $H(\varepsilon_{33})$ – функция Хэвисайда;

$$H(\varepsilon_{33}) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_{33} < 0; \\ 1, & \varepsilon_{33} \geq 0. \end{cases}$$

В силу сильной анизотропии кристаллита пироуглерода вероятность различных комбинаций растяжения и сжатия имеет низкую вероятность реализации, поэтому такими деформированными состояниями пренебрегают.

Рассмотрим повреждения зерен пироуглерода по критериям (3)–(4). При повреждении зерна по критериям (3)–(4) зерно перестает оказывать сопротивление растяжению в любом направлении в графеновой плоскости $x_1 - x_2$ и сдвигу в данной плоскости. Очевидно, что в поврежденном состоянии такого зерна компоненты тензора напряжений должны соответствовать условиям: $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_{12} = 0$ при $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$, $\varepsilon_3 > 0$. Так как C_{66} не является независимой константой, то количество упругих постоянных, подлежащих редуцированию, равно четырем: $C_{11} = C_{12} = C_{13} = C_{66} = 0$. Обозначим

поврежденное зерно по аналогии индексом $(2)^+$. Тензор упругих постоянных такого зерна имеет вид

$$C_{mn}^{cr(2)+} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично для состояния $(2)^-$ тензор упругих постоянных

$$C_{mn}^{cr(2)-} = \begin{pmatrix} C_d & C_d & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_d & C_d & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где $C_d = \frac{C_{11} + C_{12}}{2}$.

Общий вид тензора упругих постоянных поврежденного кристаллита по критериям (3)–(4) в кристаллографической системе координат имеет следующий вид:

$$C_{mn}^{cr(2)} = C_{mn}^{cr(2)+} H(\epsilon_{33}) + C_{mn}^{cr(2)-} [1 - H(\epsilon_{33})], \quad (6)$$

Тензор упругих постоянных пироуглеродной матрицы, когда матрица содержит все типы зерен (имеющих механическое сопротивление), является функционалом, т. к. внутренние переменные являются функциями от ϵ_{33} . В глобальной (лабораторной) системе координат тензор упругих постоянных имеет вид

$$C_{ijmn}(\vec{r}) = \sum_{k=0}^2 [\lambda_k(\vec{r}) C_{pqrs}^{cr(k)} \alpha_{ip}(\vec{r}) \times \alpha_{jq}(\vec{r}) \alpha_{mr}(\vec{r}) \alpha_{ns}(\vec{r})], \quad (7)$$

где $\alpha_{ip}(\vec{r})$, $\alpha_{jq}(\vec{r})$, $\alpha_{mr}(\vec{r})$, $\alpha_{ns}(\vec{r})$ – направляющие косинусы локальной кристаллографической системы координат кристаллита в точке \vec{r} относительно глобальной системы координат.

Для определения макронапряжений в зернах поликристалла пироуглерода используется интегральное уравнение для тензора макродеформаций [19]

$$\epsilon_{ij}(\vec{r}) = \epsilon_{ij}^* + \int_V g_{mnij}(\vec{r} - \vec{r}') [C_{ijkl}(\vec{r}') - \langle C_{ijkl} \rangle] \times \epsilon_{kl}(\vec{r}') d^3 \vec{r}', \quad (8)$$

где ϵ_{ij}^* – компоненты тензора макродеформаций, получаемые из решения краевой задачи для однородного тела, но так как граничные условия в перемещениях соответствуют однородной макродеформации $u_i(\vec{r})|_s = \epsilon_{ij}^* x_j$, то решение равно простой тензорной константе; $g_{mnij} = \frac{1}{2} (G_{ik,jl} + G_{jk,il})$ – тензор Грина изотропной осредненной среды с тензором модулей упругости $\langle C_{ijkl} \rangle$; $G_{ik,jl}$ – вторая производная тензора Грина; $C_{ijkl}(\vec{r}')$ – тензор модулей упругости, зависящий от координат, областью определения которого является весь объем тела; $\langle C_{ijkl} \rangle$ – осредненный по объему тела V изотропный тензор модулей упругости; $\langle C_{ijkl} \rangle = \frac{1}{V} \int_V C_{ijkl}(\vec{r}) d\vec{r} = 3\langle K \rangle V_{ijkl} + 2\langle \mu \rangle D_{ijkl}$; V_{ijkl} , D_{ijkl} – шаровая и девиаторная части единичного тензора ранга 4; $\int d^3 \vec{r}$ – интеграл по объему в пространстве \mathbb{R}^3 ; $\int d^3 \vec{r} = \iiint dr_1 dr_2 dr_3$.

Решение уравнения осуществляется численно по методике, разработанной авторами [18]. Для решения задачи величины макродеформации снимаются с расчетной модели в ANSYS. При переходе от массива деформаций (для связи с критериями повреждений), которые являются решениями уравнения (8), к массиву напряжений используется закон Гука

$$\sigma_{ij}(\vec{r}) = C_{ijmn}(\vec{r}) \epsilon_{mn}(\vec{r}).$$

Далее при помощи алгоритма строятся плотности распределения вероятно-

стей напряжений в зернах, а по ним определяются вероятности повреждений зерен по критериям (1)–(4):

$$\pi_{01} = \int_{\sigma_{33}^{(i)} \geq \sigma_{33}^+} f(\sigma_{33}) d\sigma_{33},$$

$$\pi_{02} = \int_{\sqrt{\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2} \geq \tau_{13}} f(\sigma_{13}, \sigma_{23}) d\sigma_{13} d\sigma_{23}, \quad (9)$$

Для критериев (3)–(4) вероятности определяются аналогично.

По величинам вероятностей определяются объемные доли поврежденных зерен (а также неповрежденных). Взаимосвязь между вероятностями повреждений зерен по критериям (1)–(4) и объемными

долями данных зерен на i -м и $(i-1)$ -м шаге определяются выражениями, полученными на основе комбинаторного анализа [20].

Результаты анализа повреждений зерен пиролитической углеродной матрицы на размерном уровне кристаллитов, их влияние на изменение упругих свойств как матрицы, так и УУКМ непосредственно связаны с изделием – бедренным компонентом эндопротеза тазобедренного сустава. Для взаимосвязи микромеханического уровня кристаллитов с макроскопическим уровнем изделия была разработана расчетная модель, аналогичная модели авторов [17], которая представлена на рисунке 1.



Рис. 1. Расчетная модель системы «эндопротез – кость»: 1 – эквидистантная оболочка, имитирующая кортикальную костную ткань; 2 – бедренный компонент; 3 – внутренняя часть бедренной кости с выработанным костномозговым каналом под бедренный компонент, имитирующая трабекулярную костную ткань; 4 – суставная головка

Fig. 1. Computational model of the endoprosthesis – bone system: 1 – equidistant membrane imitating cortical bone tissue; 2 – femoral component; 3 – inner part of the femur with a developed bone marrow canal under the femoral component imitating trabecular bone tissue; 4 – articular head

Расчетная модель состоит из континуальных твердотельных моделей. Материал бедренного компонента 2 (см. рис. 1) – однонаправленный УУКМ, имеет трансверсальную симметрию. В силу плавности изгибающейся формы имплантата упру-

гие свойства задавались путем введения локальных систем координат, которые кусочно-линейно аппроксимировали кривую, вдоль которой должны быть заданы истинные свойства УУКМ.

Материал суставной головки 4 (см. рис. 1) – хромомолибденовый сплав, который используется в паре трения «металл – полиэтилен» [21]. Бедренная кость в силу сложной многомасштабной структуры разделена на две континуальные модели – тонкостенная оболочка 1, охватывающая внутреннюю структуру кости, и внутренняя часть бедренной кости с выработанным костномозговым каналом под бедренный компонент (см. рис. 1). Разделение на два тела необходимо по причине того, что на мезоуровне кость разделяется на

кортикальную и трабекулярную костную ткань. В механическом смысле их упругие свойства существенно различны, связано это в первую очередь с тем, что кортикальная костная ткань образована плотноупакованными полыми цилиндрами – остеонами, а трабекулярная ткань – разнонаправленными стержнями – трабекулами [22]. Помимо этого трабекулярная костная ткань имеет существенную пористость (30–90%) [22]. В таблице 2 указаны упругие свойства всех компонентов модели.

Таблица 2. Упругие свойства материалов компонентов расчетной модели

Table 2. Elastic properties of the materials of the components of the computational model

Материал компонента модели	Модуль упругости, ГПа			Модуль сдвига, ГПа			Коэффициент Пуассона			Данные работы
	E ₁₁	E ₂₂	E ₃₃	G ₁₂	G ₁₃	G ₂₃	ν ₁₂	ν ₁₃	ν ₂₃	
1	13,2	13,2	17,9	3,3	3,3	3,6	0,59	0,4	0,4	[9]
2	10,5	10,5	31,0	2,3	2,3	15,5	0,482	0,2521	0,2521	[17]
Изотропные материалы расчетной модели										
3	$\frac{4485 + 5455}{2}$			$\frac{1801,2 + 2190,8}{2}$			0,245			[23]
4	120			44,78			0,34			[15]

Примечание. В таблице номер компонента модели соответствует позиции детали, указанной на рисунке 1.

Сформулируем краевую задачу теории упругости с соответствующими граничными условиями в общем виде в трехмерной декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$:

$$\sigma_{ij,j}(x) = 0, x \in V_t; \tag{10}$$

$$\sigma_{ij}(x) = \langle C_{ijkl} \rangle \varepsilon_{kl}(x); \tag{11}$$

$$\varepsilon_{ij}(x) = \frac{1}{2} [u_{i,j}(x) + u_{j,i}(x)], \tag{12}$$

где V_t – объем компонента расчетной модели, а t – индекс-указатель номера компонента расчетной модели $t = 1, 2, 3, 4$.

Граничные условия II типа:

$$\begin{cases} u_j(x_i) = 0, \forall x_i \in S_1 = \bigcup_{k=1}^3 S_1^k, \\ i, j = 1, 2, 3; \\ u_j(x_i) = u_0(x_i), \forall x_i \in S_2, i = 1, 2, \end{cases}$$

где $u_j(x_i)$ – неизвестные компоненты вектора перемещений \vec{u} ; $\sigma_{ij}(x_i)$ – неизвестные компоненты тензора напряжений; $u_0(x_i)$ – функция, показывающая равномерное перемещение суставной головки с шагом $\delta = 0,05$ мм в плоскости x_1Ox_2 под углом $\alpha = 74^\circ 36'$ и определяемая выражением

$$|u_0(x_i)| = \sqrt{\left(x_{1(0)} + \delta n \operatorname{ctg}\left(\frac{\alpha\pi}{180^\circ}\right)\right)^2 + \left(x_{2(0)} + \delta n \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha\pi}{180^\circ}\right)\right)^2},$$

n – количество шагов перемещения; S_1 – поверхность дистального эпифиза бедренной кости, где $S_1^k, k = 1 \dots 3$, – поверхности латерального и медиального мыщелков и надмыщелков бедренной кости и межмышцелковой ямки; S_2 – поверхность суставной головки, используемая для задания перемещения функцией $u_0(x_i)$.

Для двустороннего контакта типа «bonded» (согласно терминологии, применяемой в ANSYS), где для поверхности контактного взаимодействия $S_c^i = S_c^{i(t)} = S_c^{i(r)}$ должны быть выполнены следующие кинематические и силовые контактные условия:

$$\begin{cases} u_n^{i(t)}(x) = u_n^{i(r)}(x), \\ i = 1, 2, \dots, 8, \quad \forall x \in \bigcup_{k=1}^3 S_c^k; \\ \sigma_n^t(x) = -\sigma_n^r(x) \leq 0, \\ i = 1, 2, \dots, 8, \quad \forall x \in \bigcup_{k=1}^3 S_c^k, \end{cases}$$

где $u_n^{i(t)}(x), u_n^{i(r)}(x)$ – проекции векторов перемещений граничных точек $x \in S_c^i$ на направление нормали \vec{n} к границе компонента расчетной модели, где индексы t, r в верхнем регистре означают *transmission* и *reception*; $\bigcup_{k=1}^3 S_c^k = S_c^1 \cup S_c^2 \cup S_c^3$ – поверхности контактного взаимодействия; $\sigma_n^r(x), \sigma_n^t(x)$ – компоненты тензора напряжений на направление внешней нормали \vec{n} .

На рисунке 2 представлено расположение поверхностей, на которых заданы граничные условия.

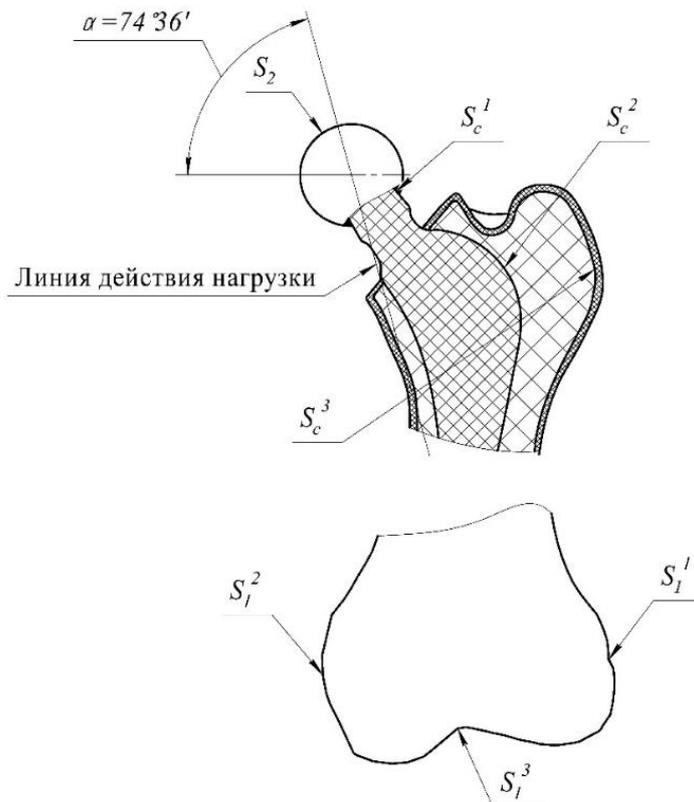


Рис. 2. Схема расположения поверхностей контакта и приложения нагрузок

Fig. 2. The layout of the contact surfaces and the application of loads

На начальном этапе нагружения материал бедренного компонента эндопротеза ТБС – УУКМ имеет однородные свойства по всему объему. По мере нагружения расчетной модели при определенных величинах нагрузки, которой соответствует перемещение суставной головки, происходит реализация одного из критериев (1)–(4). При реализации критерия тензор упругих постоянных кристаллита изменяется согласно уравнениям (4)–(5). Для определения величины макронагрузки, при которой на размерном уровне кристаллитов происходит повреждение, осуществляется путем передачи наибольшей величины сдвиговой компоненты макродеформации ϵ_{12}^{\max} , снятой с поля распределения макродеформаций, полученного при решении краевой задачи в ANSYS, в микромеханическую модель анализа повреждений.

Для определения объемного вклада повреждений кристаллитов в детерминированную величину эффективных свойств матрицы определяются вероятности по соответствующим плотностям распределения, аналогично работе [26]. На основе вероятностей повреждений, которые определяются уравнениями (8)–(9), вычисляются объемные доли поврежденных кристаллитов. Тип кристаллита зависит от типа повреждения и, соответственно, отличается видом тензора упругих постоянных. Количество объемных долей позволяет определить эффективные упругие свойства пироуглеродной матрицы. Для вычисления эффективных упругих свойств в работе использовано обобщенное сингулярное приближение [24], где в качестве тела сравнения используются средние модули упругости однофазного поликристалла гексагональной симметрии в следующем виде:

$$\langle K \rangle = \frac{1}{9} (2C_{11} + C_{33} + 2(C_{12} + C_{13})),$$

$$\langle \mu \rangle = \frac{1}{30} \begin{pmatrix} 7C_{11} + 2C_{33} - 5C_{12} - \\ - 4C_{13} + 12C_{44} \end{pmatrix}.$$

На некотором i -м шаге нагружения эффективные упругие модули $K_{0(i)}^*, \mu_{0(i)}^*$ в зависимости от объемной доли поврежденных и неповрежденных зерен пироуглерода вычисляются по выражениям

$$\begin{aligned} K_{0(i)}^* &= \sum_{k=1}^n \omega_k K_k^*, \\ \mu_{0(i)}^* &= \sum_{k=1}^n \omega_k \mu_k^*, \end{aligned} \quad (13)$$

где K_k^*, μ_k^* – эффективные упругие модули k -го типа кристаллита; ω_k – объемная доля кристаллитов k -го типа.

Для дальнейшего прогнозирования упругих свойств однонаправленного УУКМ осуществляется переход от эффективных модулей K^*, μ^* к E, ν по простейшим соотношениям

$$E^* = \frac{9K^*\mu^*}{3K^* + \mu^*}, \quad \nu^* = \frac{3K^* - 2\mu^*}{6K^* + 2\mu^*}. \quad (14)$$

Следующим этапом является вычисление технических постоянных упругости однонаправленного УУКМ, имеющего трансверсальную симметрию. УУКМ определяется пятью независимыми техническими постоянными упругости, причем переменными при вычислении упругих свойств УУКМ являются только свойства матрицы, а свойства наполнителя – углеродного волокна являются неизменными. Для определения эффективных упругих свойств используется полидисперсная модель с цилиндрическими включениями [25]. Для введения эффективных свойств в расчетную модель в объеме бедренного компонента выделяется объемная окрестность вокруг наибольшей величины макронапряжения, при которой происходит повреждение. Размер данной области выбирается путем соответствия средних величин макронапряжений в конечных элементах $\sigma_{12}|_i$ условию $\left| \frac{\sigma_{12}^{\max} - \sigma_{12}|_i}{\sigma_{12}} \right| \cdot 100\% \leq 3\%$. По мере удаления от наибольшей величины макронапряжений в определенном конечном элементе отклонение средней величины макронапряжения превысит 3%. Совокупность

данных значений и соответствующих конечных элементов будут определять геометрическую форму области в модели, в которой кристаллиты пироуглерода будут повреждены.

После ввода свойств УУКМ с матрицей, имеющей повреждения, в область производится повторение цикла, описанного ранее. Таких циклов столько, сколько

областей будет обнаружено, а процесс расчета будет завершен при условии достижения величины σ_{12}^{\max} предела прочности на сдвиг однонаправленного УУКМ с пироуглеродной матрицей равного 19,3 МПа [18].

Для простоты понимания взаимосвязи двух уровней модели представим взаимодействие логической схемой (рис. 3).

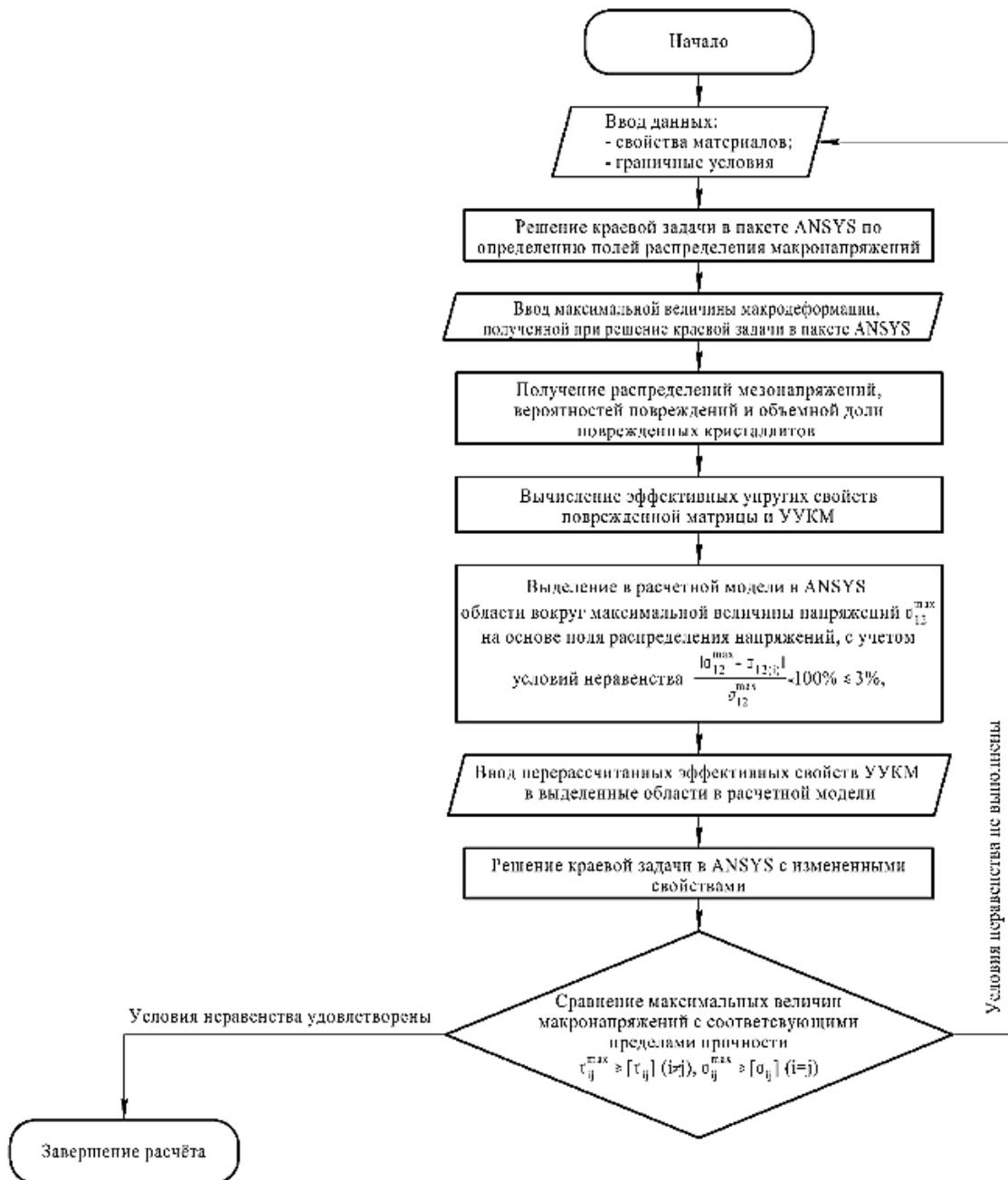


Рис. 3. Блок-схема программы оценки несущей способности бедренного компонента эндопротеза

Fig. 3. Flowchart of the program for assessing the bearing capacity of the femoral component of the endoprosthesis

Результаты и их обсуждение

В процессе многократного повторения расчета в объеме модели бедренного компонента эндопротеза ТБС были выделены четыре области, в которых кристаллиты повреждены по всем критериям и представляют собой гранулированную среду. На рисунке 4 представлены выяв-

ленные области, в которых УУКМ имеет поврежденную матрицу.

Для оценки влияния повреждений матрицы на механическое состояние бедренного компонента эндопротеза был построен график в координатах «сила реакции бедренного компонента эндопротеза ТБС – перемещение суставной головки» (рис. 5).



Рис. 4. Области бедренного компонента эндопротеза тазобедренного сустава, в которых пироуглеродная матрица повреждена

Fig. 4. Areas of the femoral component of the hip arthroplasty in which the pyrocarbon matrix is damaged

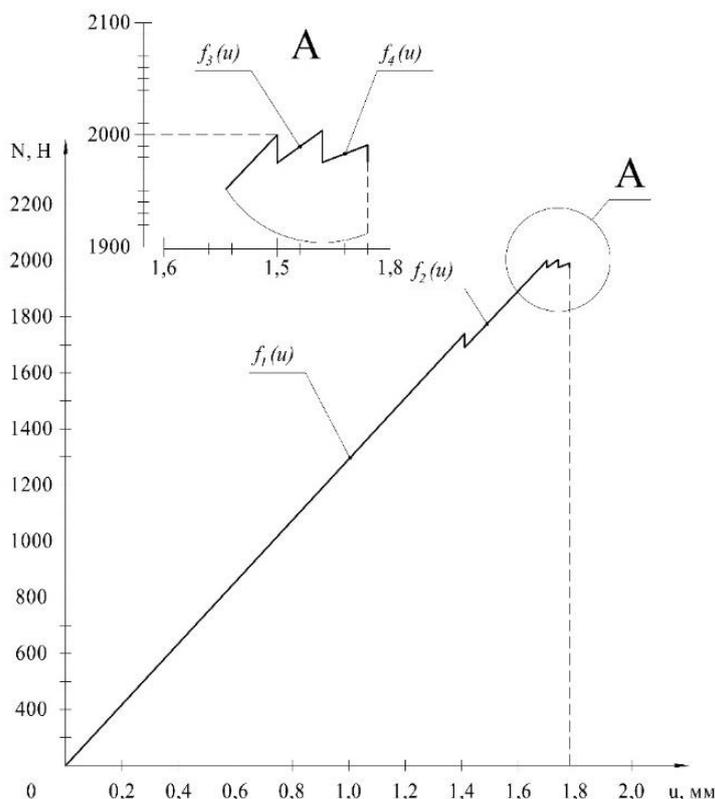


Рис. 5. График нагружения бедренного компонента эндопротеза ТБС

Fig. 5. Graph of loading of the femoral component of the HJ

График нагружения представляет собой кусочно-линейную функцию, где каждый экстремум соответствует величине макронагрузки, при которой происходит реализация одного из критериев (1)–(4), а вертикальная ветвь графика от точки экстремума демонстрирует падение жесткости и сопротивляемости имплантата нагрузке.

Каждая последующая ветвь графика, имеющая линейный вид, $f_i(u)$, $i = 1 \dots 4$, имеет меньший угол наклона между осью Ou . Изменение угла наклона можно оценить по величине коэффициента перед аргументом u в уравнениях отрезков прямых кусочно-линейной функции

$$P(u) = \begin{cases} f_1(u) = 1234,0425u, & 0 \leq u \leq 1,41; \\ f_2(u) = 1183,432u, & 1,41 \leq u \leq 1,69; \\ f_3(u) = 1151,724u, & 1,69 \leq u \leq 1,74; \\ f_4(u) = 1118,54u, & 1,74 \leq u \leq 1,78. \end{cases} \quad (15)$$

Уменьшение углового коэффициента свидетельствует об уменьшении жесткости конструкции бедренного компонента эндопротеза ТБС.

Выводы

1. Разработанная двухуровневая модель имплантата, материал которого является на макроскопическом уровне однородным, имеющем трансверсальную симметрию свойств, а на масштабном уровне неоднородностей УУКМ и матрицы – неоднородным, стохастическим позволила оценить механический отклик, живучесть и несущую способность бедренного компонента эндопротеза ТБС при анатомической нагрузке.

2. Материал бедренного компонента эндопротеза ТБС – УУКМ демонстрирует критическое деформирование, свойственное волокнистым композитам. Согласно графику, представленному на рисунке 5, увеличение объемных зон повреждения происходит монотонно, последовательно.

3. Двухуровневая модель может быть успешно применена для определения напряженно-деформированного состояния и оценки несущей способности конструкций из УУКМ, а также из керамических материалов и металлов при особых условиях эксплуатации.

Список литературы

1. Projections and epidemiology of primary hip and knee arthroplasty in medicare patients to 2040-2060 / I. Shichman, M. Roof, N. Askew, L. Nherera, J. C. Rozell, T. M. Seyler, R. Schwarzkopf // JBJS. 2023. Vol. 8, no. 1. <https://doi.org/10.2106/JBJS.OA.22.00112>.
2. Correlation between patient age at total hip replacement surgery and life expectancy / C. Schwartsmann, L. de Freitas Spinelli, L. Boschini, A. Yépez, M. Crestani, M. Silva // Acta ortopedica brasileira. 2015. Vol. 23. P. 323–325. <https://doi.org/10.1590/1413-785220152306148609>.
3. Huiskes R., Weinans H., Rietbergen B. The relationship between stress shielding and bone resorption around total hip stems and the effects of flexible materials // Clinical Orthopedics and Related Research. 1992. Vol. 274. P. 124–134. <https://doi.org/10.1097/00003086-199201000-00014>.
4. Самарцев В.А., Кадынцев И.В., Волуженков Е.Г. Послеоперационные осложнения металлоостеосинтеза конечностей // Пермский медицинский журнал. 2018. № 3. С. 5–8.
5. Trace metal determination as it relates to metallosis of orthopaedic implants: Evolution and current status / G. Ring, J. O'Mullane, A. O'Riordan, A. Furey // Clinical Biochemistry. 2016. Vol. 49, no. 7-8. P. 617–635. <https://doi.org/10.1016/j.clinbiochem.2016.01.001>.

6. Hallab N., Merritt K., Jacobs J.J. Metal sensitivity in patients with orthopaedic implants // *Journal of Bone and Joint Surgery. American Volume*. 2001. Vol. 83, no. 3. P. 428–436. <https://doi.org/10.2106/00004623-200103000-00017>.

7. Ульрих Э.В. Вертебрология в терминах, цифрах, рисунках. СПб.: ЭЛБИ-СПб., 2002. 185 с.

8. Углеродные материалы в медицине / Е.П. Маянов, П.И. Золкин, Х.М. Аберяхимов, О.Г. Романова // *Вестник российской академии естественных наук*. 2016. № 2. С. 26–30.

9. Reilly D. T., Burstein A. H. The elastic and ultimate properties of compact bone tissue // *Journal of Biomechanics*. 1975. Vol. 8, no. 6. P. 393–405. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(75\)90075-5](https://doi.org/10.1016/0021-9290(75)90075-5).

10. The elastic properties of trabecular and cortical bone tissues are similar: results from two microscopic measurement techniques / С.Н. Turner, J. Rho, Y. Takano, T.Y. Tsui, G.M. Pharr // *Journal of Biomechanics*. 1999. Vol. 32, no. 4. P. 437–441. [https://doi.org/10.1016/s0021-9290\(98\)00177-8](https://doi.org/10.1016/s0021-9290(98)00177-8).

11. Технология и проектирование углерод-углеродных композитов и конструкций / Ю.В. Соколкин, А.М. Вогинов, А.А. Ташкинов [и др.]. М.: Наука, 1996. 238 с.

12. Конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния эндопротеза тазобедренного сустава при ходьбе / Л.Б. Маслов, А.Ю. Дмитрюк, М.А. Жмайло, А.Н. Коваленко // *Российский журнал биомеханики*. 2021. Т. 25, № 4. С. 414–433. <https://doi.org/10.15593/RZhBiomeh/2021.4.07>.

13. Федорова Н.В., Ларичкин А.Ю., Шевела А.А. Моделирование нагрузок, создаваемых мостовидным зубным протезом с опорой на имплантаты верхней челюсти // *Российский журнал биомеханики*. 2022. № 2. С. 56–66. <https://doi.org/10.15593/RZhBiomeh/2022.2.05>.

14. Finite element analysis of the mechanical behaviour of the different cemented hip femoral prostheses / М.М. Bouziane, S. Benbarek, S.M.H. Tabeti, B. Bachir Bouiadjra, B. Serier, T. Achour // *Key Engineering Materials*. 2014. Vol. 577-578. P. 349–352. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.577-578.349>.

15. Kumar P., Kumar J.N. Finite element analysis of femoral prosthesis using Ti-6Al-4 V alloy and TiNbZrTaFe high entropy alloy // *Materials Today: Proceedings*. 2020. Vol. 44, pt. 1. P. 1195–1201. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.11.239>.

16. Computational shape design optimization of femoral implants: towards efficient forging manufacturing / V. Tuninetti, G. Fuentes, A. Onate, S. Narayan, D. Celentano, C. Garcia-Herrera [et al.] // *Applied Sciences*. 2024. Vol. 14, no. 18. P. 8289. <https://doi.org/10.3390/app14188289>.

17. Разумовский Е.С., Шавшуков В.Е., Аношкин А.Н. Прогнозирование несущей способности эндопротеза тазобедренного сустава из углерод-углеродного композиционного материала // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2022. № 4. С. 80–89. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.4.08>.

18. Modelling of pseudoplastic deformation of carbon/carbon composites with pyrocarbon / V. Shavshukov, A. Tashkinov, Y. M. Strzhemechny, D. Hui // *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*. 2008. Vol. 16(5). P. 0055001. <https://doi.org/10.1088/0965-0393/16/5/055001>.

19. Ташкинов А.А., Шавшуков В.Е. Неоднородности полей деформаций в зернах поликристаллических материалов и задача Эшелби // *Вестник Пермского национального исследовательского университета. Механика*. 2018. № 1. С. 58–72. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2018.1.05>.

20. Разумовский Е.С., Шавшуков В.Е. Повреждаемость материала электрода ионного двигателя в процессе вывода аппарата на околоземную орбиту // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2024. № 78. С. 75–94. <https://doi.org/10.4028/10.15593/2224-9982/2024.78.07>.
21. In vivo sliding distance on the metal-on-polyethylene total hip arthroplasty articulation using patient-specific gait analysis / Y. Peng, P. Arauz, S. An, Y.M. Kwon // Journal of Orthopaedic Research. 2018. Vol. 36, no. 12. P. 3151–3160. <https://doi.org/10.1002/jor.24113>.
22. Multiscale modeling of bone tissue mechanobiology / J.M. García-Aznar, G. Nasello, S. Hervas-Raluy, M.Á. Pérez, M.J. Gómez-Benito // Bone. 2021. Vol. 151, no. 6. <https://doi.org/10.1016/j.bone.2021.116032>.
23. Blöß, T., Welsch M. RVE procedure for estimating the elastic properties of inhomogeneous microstructures such as bone tissue // Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics. 2015. Vol. 74. https://doi.org/10.1007/978-3-319-10981-7_1.
24. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977, 399 с.
25. Christensen R., Mccooy J. Mechanics of composite materials // Journal of Applied Mechanics. 1980. Vol. 47, no. 2. P. 460. <https://doi.org/10.1115/1.3153710>.

References

1. Shichman I., Roof M., Askew N., Nherera L., Rozell J. C., M. Seyler T., Schwarzkopf R. Projections and epidemiology of primary hip and knee arthroplasty in medicare patients to 2040-2060. *JBJS*. 2023;8(1):e22.00112. <https://doi.org/10.2106/JBJS.OA.22.00112>.
2. Schwartzmann C., Spinelli L. de F., Boschin L., Yépez A., Crestani M., Silva M. Correlation between patient age at total hip replacement surgery and life expectancy. *Acta ortopedica brasileira*. 2015;23:323-325. <https://doi.org/10.1590/1413-785220152306148609>.
3. Huiskes R., Weinans H., Rietbergen B. The relationship between stress shielding and bone resorption around total hip stems and the effects of flexible materials. *Clinical Orthopedics and Related Research*. 1992;(274):124-134. <https://doi.org/10.1097/00003086-199201000-00014>.
4. Samarcev V.A., Kadyncev I.V., Voluzhenkov E.G. Postoperative complications of limb metal-losteosynthesis. *Permskij medicinskij zhurnal = Perm Medical Journal*. 2018;(3):5-8. (In Russ.)
5. Ring G., O'Mullane J., O'Riordan A., Furey A. Trace metal determination as it relates to metallosis of orthopaedic implants: Evolution and current status. *Clinical Biochemistry*. 2016;49(7-8):617-635. <https://doi.org/10.1016/j.clinbiochem.2016.01.001>.
6. Hallab N., Merritt K., Jacobs J.J. Metal sensitivity in patients with orthopaedic implants. *Journal of Bone and Joint Surgery. American Volume*. 2001;83(3):428-436. <https://doi.org/10.2106/00004623-200103000-00017>.
7. Ul'rikh E. V. Vertebrology in terms, numbers, figures. St. Petersburg: ELBI-SPb.; 2002. 185 p. (In Russ.)
8. Mayanov E.P., Zolkin P.I., Aberyakhimov X.M., Romanova O.G. Carbon materials in medicine. *Vestnik Rossijskoj akademii estestvennykh nauk = Bulletin of the Russian Academy of Natural Sciences*. 2016;(2):26-30. (In Russ.).
9. Reilly D.T., Burstein A.H. The elastic and ultimate properties of compact bone tissue. *Journal of Biomechanics*. 1975;8(6):393-405. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(75\)90075-5](https://doi.org/10.1016/0021-9290(75)90075-5).
10. Turner C.H., Rho J., Takano Y., Tsui T.Y., Pharr G.M. The elastic properties of trabecular and cortical bone tissues are similar: results from two microscopic measurement techniques. *Journal of Biomechanics*. 1999;32(4):437-441. [https://doi.org/10.1016/S0021-9290\(98\)00177-8](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(98)00177-8).
11. Sokolkin Yu.V., Votinov A.M., Tashkinov A.A., et al. Technology and design of carbon-carbon composites and structures. Moscow: Nauka; 1996. 238 p. (In Russ.).

12. Maslov L.B., Dmitryuk A.Yu., Zhmajlo M.A., Kovalenko A.N. Finite element analysis of the stress-strain state of the hip arthroplasty during walking. *Rossiiskij zhurnal biomekhaniki = Russian Journal of Biomechanics*. 2021;25(4):414-433. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/RZhBiomeh/2021.4.07>.
13. Fedorova N.V., Larichkin A.Yu., Shevela A.A. Modeling of the loads created by a bridge-like denture supported by maxillary implants. *Rossiiskij zhurnal biomekhaniki = Russian Journal of Biomechanics*. 2022;(2):56-66. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/RZhBiomeh/2022.2.05>.
14. Bouziane M.M., Benbarek S., Tabeti S.M.H., Bachir Bouiadjra B., Serier B., Achour T. Finite element analysis of the mechanical behaviour of the different cemented hip femoral prostheses. *Key Engineering Materials*. 2014;577-578:349-352. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.577-578.349>.
15. Kumar P., Kumar J. N. Finite element analysis of femoral prosthesis using Ti-6Al-4 V alloy and TiNbZrTaFe high entropy alloy. *Materials Today: Proceedings*. 2020;44(1):1195-2001. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.11.239>.
16. Tuninetti V., Fuentes G., Onate A., Narayan S., Celentano D., Garcia-Herrera C., et al. Computational shape design optimization of femoral implants: towards efficient forging manufacturing. *Applied Sciences*. 2024;14(18):8289. <https://doi.org/10.3390/app14188289>.
17. Razumovskij E.S., Shavshukov V.E., Anoshkin A.N. Prediction of the bearing capacity of a hip arthroplasty made of carbon-carbon composite material. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika = Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2022;(4):80-89. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.4.08>.
18. Shavshukov V., Tashkinov A., Strzhemechny Y. M., Hui D. Modelling of pseudoplastic deformation of carbon/carbon composites with pyrocarbon. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*. 2008;16(5):055001. <https://doi.org/10.1088/0965-0393/16/5/055001>.
19. Tashkinov A.A., Shavshukov V.E. Inhomogeneities of deformation fields in grains of polycrystalline materials and the Eshelby problem. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika = Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*. 2018;(1):58-72. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2018.1.05>.
20. Razumovskij E.S., Shavshukov V.E. Damage to the ion engine electrode material during the launch of the spacecraft into low-Earth orbit. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika = Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Aerospace engineering*. 2024;(78):75-94. (In Russ.) <https://doi.org/10.4028/10.15593/2224-9982/2024.78.07>.
21. Peng Y., Arauz P., An S., Kwon Y.M. In vivo sliding distance on the metal-on-polyethylene total hip arthroplasty articulation using patient-specific gait analysis. *Journal of Orthopaedic Research*. 2018;36(12):3151-3160. <https://doi.org/10.1002/jor.24113>.
22. García-Aznar J.M., Nasello G., Hervás-Raluy S., Pérez M.Á., Gómez-Benito M.J. Multiscale modeling of bone tissue mechanobiology. *Bone*. 2021;151(6). <https://doi.org/10.1016/j.bone.2021.116032>.
23. Blöß T., Welsch M. RVE Procedure for estimating the elastic properties of inhomogeneous microstructures such as bone tissue. *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*. 2015;74:17. https://doi.org/10.1007/978-3-319-10981-7_1.
24. Shermergor T.D. Theory of elasticity of microuniform media. Moscow: Nauka; 1977. 399 p.
25. Christensen R., McCoy J. Mechanics of composite materials. *Journal of Applied Mechanics*; 1980;47:460. <https://doi.org/10.1115/1.3153710>.

Информация об авторах / Information about the Authors

Разумовский Егор Сергеевич, аспирант кафедры механики композиционных материалов и конструкций, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, Российская Федерация, e-mail: erazumovskij@yandex.ru, ORCID: 0009-0007-0439-590X

Egor S. Razumovsky, Postgraduate Student of the Department of Mechanics of Composite Materials and Structures, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation, e-mail: erazumovskij@yandex.ru, ORCID: 0009-0007-0439-590X

Шавшуков Вячеслав Евгеньевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики композиционных материалов и конструкций, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, Российская Федерация, e-mail: shavshukov@pstu.ru, ORCID: 0000-0003-3755-6507

Vyacheslav E. Shavshukov, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor of the Department of Mechanics of Composite Materials and Structures, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation, e-mail: shavshukov@pstu.ru, ORCID: 0000-0003-3755-6507