Оригинальная статья / Original article

УДК 533.72
https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-3-76-86

CC BY 4.0

Фотофорез умеренно крупной высоковязкой капли в режиме со скольжением

Н. В. Малай[1]✉, П. В. Сохань[1], Ю. И. Шостак[1]

[1]Белгородский государственный национальный исследовательский университет
ул. Победы, д. 85, г. Белгород 308015, Российская Федерация

✉ e-mail: malay@bsu.edu.ru

Резюме

Цель исследования. *Получить аналитические выражения, позволяющие вычислять силу и скорость умеренно крупной высоковязкой капли с учетом прямого вклада коэффициента испарения, линейных поправок по числу Кнудсена и реактивного эффекта, движущейся в поле плоской волны монохроматического излучения.*

Методы. *Применялись методы теории возмущения, газокинетические методы, математические методы решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных с переменными коэффициентами (система уравнений Стокса, уравнения Лапласа и Пуассона).*

Результаты. *В квазистационарном приближении проведено теоретическое описание фотофоретического движения умеренно крупной испаряющейся высоковязкой капли сферической формы (отсутствуют циркуляция вещества внутри капли и силы межфазного поверхностного натяжения) в вязкой бинарной газовой смеси. Решалась линеаризованная по скорости система уравнений Навье – Стокса и тепломассопереноса. Получены выражения для полей массовой скорости, давления, температуры и относительной числовой концентрации первого компонента. Сила и скорость фотофореза высоковязкой капли определялась интегрированием тензора напряжений по поверхности частицы. В граничных условиях на поверхности высоковязкой капли учитывались линейные поправки по числу Кнудсена (изотермическое, тепловое и диффузионное скольжение, скачки температуры и концентрации, а также скольжение, возникающее из-за неоднородности температуры вдоль искривленной поверхности частицы), реактивный эффект и вклад прямого влияния коэффициента испарения. Проанализированы вклады в полученные формулы для фотофореза умеренно крупной высоковязкой капли сферической формы и рассмотрены предельные переходы к известным в литературе результатам.*

Заключение. *Полученные формулы на основе гидродинамического подхода позволяют оценивать влияние прямого вклада коэффициента испарения и линейных поправок по числу Кнудсена на силу и скорость фотофореза умеренно крупной испаряющейся высоковязкой капли в бинарной газовой смеси.*

Ключевые слова: *фотофорез; высоковязкая капля; теплообмен; массообмен; испарение.*

Конфликт интересов: *Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.*

Для цитирования: Малай Н. В., Сохань П. В., Шостак Ю. И. Фотофорез умеренно крупной высоковязкой капли в режиме со скольжением // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2024. Т. 14, № 3. С 76–86. https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-3-76-86

Поступила в редакцию 24.06.2024 *Подписана в печать 02.08.2024* *Опубликована 24.09.2024*

© Малай Н. В., Сохань П. В., Шостак Ю. И., 2024

Photophoresis of a moderately large high-viscosity droplet in slip mode

Nikolay V. Malai[1]✉, Pavel V. Sohan[1], Yulia I. Shostak[1]

[1] Belgorod State National Research University
85 Pobedy Str., Belgorod 308015, Russian Federation

✉e-mail: malay@bsu.edu.ru

Abstract

Purpose of research. *To obtain analytical expressions that allow calculating the strength and velocity of a moderately large, highly viscous droplet, taking into account the direct contribution of the evaporation coefficient, linear corrections by the Knudsen number and the reactive effect of a plane wave moving in the field of mono-chromatic radiation*
Methods. *Methods of perturbation theory, gas kinetic methods, mathematical methods for solving linear partial differential equations with variable coefficients (the system of Stokes equations, Laplace and Poisson equations) were used.*
Results. *In a quasi-stationary approximation, a theoretical description of the photophoretic motion of a moderately large evaporating highly viscous spherical droplet (there is no circulation of matter inside the droplet and interfacial surface tension forces) in a viscous binary gas mixture is carried out. A velocity-linearized system of Navi-Stokes equations and heat and mass transfer was solved. Expressions are obtained for the fields of mass velocity, pressure, temperature and the relative numerical concentration of the first component. The strength and speed of photophoresis of a highly viscous droplet was determined by integrating a stress tensor over the surface of the particle. Under boundary conditions on the surface of a highly viscous droplet, linear corrections in terms of the Knudsen number (isothermal, thermal and diffusion slips, temperature and concentration jumps, as well as sliding due to temperature inhomogeneity along the curved surface of the particle), the reactive effect and the contribution of the direct influence of the evaporation coefficient were taken into account. The contributions to the obtained formulas for the photophoresis of a moderately large highly viscous droplet are analyzed and the preliminary transitions to the results known in the literature (moderately large and large solid particles of spherical shape) are considered*
Conclusion. *The obtained formulas based on the hydrodynamic method allow us to evaluate the effect of the direct contribution of the evaporation coefficient and linear corrections by the Knudsen number on the strength and speed of photophoresis of a moderately large evaporating highly viscous droplet in a binary gas mixture.*

Keywords: *photophoresis; high-viscosity droplet; heat transfer; mass transfer; evaporation.*

Conflict of interest: *The authors declare no apparent or potential conflicts of interest related to the publication of this article.*

For citation: Malai N.V., Sohan P.V., Shostak Y.I. Photophoresis of a moderately large high-viscosity droplet in slip mode. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*. 2024;14(3):76–86. (In Russ.) https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-3-76-86

Received 24.06.2024 *Accepted 02.08.2024* *Published 24.09.2024*

***

Введение

Под фотофорезом понимается движение взвешенных аэрозольных частиц в газообразных средах в поле плоской волны монохроматического излучения [1].

С математической точки зрения фотофорез является сложной задачей, состоящей из электродинамической, тепловой и газокинетической. Это явление широко используется как в природе, так и в промышленности, медицине, гидрометеорологии, сельском хозяйстве и т. д. Открываются все новые и новые области применения и приложения этого явления, например: влияние фотофоретического воздействия на коагуляцию рассмотрено в [2], использование метода конечных элементов для расчета скорости фотофореза рассмотрено в работе [3], особенности фотофореза при значительных перепадах температуры в окрестности частицы рассмотрено в работе [4], временная зависимость

фотофоретической силы, оптически индуцируемой при поглощении частиц в воздухе с помощью модулированного по мощности излучения исследовалась в работе [5], влияние нагрева поверхности на совместный фото- и термофорез рассмотрено в [6], фотофоретическая левитация нанокартонных пластин в [7], фото-термо- и диффузиофорез крупных аэрозольных частиц в [8], фотофорез в режиме со скольжением в [9], возможность использования фотофореза в левитирующих датчиках в стратосфере [10], оптический эффект Магнуса исследовался в [11], влияние теплообмена на фотофорез нагретой крупной твердой аэрозольной частицы в [12], возможность создания сверхстабильной трехмерной фотофоретической ловушки рассмотрено в работе [13].

Материалы и методы

В неограниченную неподвижную вязкую несжимаемую бинарную газовую смесь помещается умеренно крупная летучая высоковязкая капля. Классификация взвешенных в газообразной среде частиц применяют критерий Кнудсена (Kn). В нашем случае умеренно крупной считается частица, если выполняется неравенство $0{,}1 \le \mathrm{Kn} \le 0{,}3$ [14; 15].

Капля находится в поле плоской волны монохроматического излучения интенсивностью I0. Энергия электромагнитного излучения, поглощаясь в объеме частицы, переходит в тепловую энергию. Это приводит к неоднородному нагреву поверхности частицы. Газ, взаимодействуя с неоднородно нагретой поверхностью, начинает двигаться вдоль поверхности в направлении возрастания температуры. Это явление называется тепловым скольжением газа, и оно вызывает появление фотофоретической силы. Под действием фотофоретической силы частица начинает двигаться. Наряду с фотофоретической силой на частицу действует сила вязкого сопротивления среды. Когда обе эти силы уравновешиваются по величине, частица начинает двигаться равномерно с постоянной скоростью, которую называют фотофоретической скоростью.

Пусть $C_1 = n_1 / n_e$ и $C_2 = n_2 / n_e$ – относительные числовые концентрации компонентов газовой смеси, где $n_e = n_1 + n_2$ – полное количество молекул в единице объема смеси $\rho_1 = n_1 m_1$, $\rho_2 = n_2 m_2$; $\rho_e = \rho_1 + \rho_2$; m_1, n_1 и m_2, n_2 – масса и численная концентрация молекул первого и второго компонентов смеси. Будем считать, что первый компонент C_1 по своему физико-химическому составу совпадает с веществом жидкой капли, а второй компонент C_2 является основным (несущим).

Индексы «e» и «i» относятся к бинарной смеси и капле; индексом «S» обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности капли и индексом «∞» – физические величины, характеризующие газовую среду вдали от капли.

Предполагается диффузионный режим испарения капли $C_1 \ll C_2$ (основное влияние на процесс тепломассопереноса в окрестности капли определяется молекулярной диффузией [16]). Капля сохраняет сферическую форму, и радиус капли с течением времени изменяется незначительно.

Ось Oz направлена в направлении вектора интенсивности электромагнитного поля. Задача решается в сферической системе координат r, θ, φ, начало которой совпадает с центром масс испаряющейся капли. Распределения скоростей, давлений, относительных концентраций и температур обладают аксиальной симметрией относительно оси Oz.

Система координат, связанная с каплей, позволяет считать ее неподвижной, а внешнюю среду (газ) – движущейся со скоростью $\boldsymbol{U}_\infty$ в противоположную сто-

рону фактического ее движения. Эту скорость в литературе называют скоростью фотофореза, будем ее обозначать как $\boldsymbol{U}_{ph}$ ($\boldsymbol{U}_{ph} = -\boldsymbol{U}_\infty$, $\boldsymbol{U}_\infty \| Oz$).

В статье решается следующая система газодинамических уравнений [16], описывающая распределение полей массовой скорости $\boldsymbol{U}_e$ и давления P_e, полей температур T_e, T_i и относительной числовой концентрацией первого компонента C_1:

$$\mu\Delta\boldsymbol{U}_e = \nabla P_e, \quad \operatorname{div}\boldsymbol{U}_e = 0, \qquad (1)$$

$$\Delta T_e = 0, \quad \Delta C_i = 0, \quad \Delta T_i = -\frac{q_i}{\lambda_i}. \qquad (2)$$

Вдали от испаряющейся капли ($y \to \infty$) справедливы стандартные условия обтекания:

$$\boldsymbol{U}_e = U_\infty \boldsymbol{n}_z, \quad T_e = T_\infty, \quad C_1 = C_0,$$
$$P_e = P_\infty, \quad U_\infty = |\boldsymbol{U}_\infty|, \qquad (3)$$

а также учтены стандартные условия, выражающие конечность физических величин, характеризующих высоковязкую каплю при $y \to 0$

$$T_i \neq \infty, \qquad (4)$$

Ниже приведем граничные условия на поверхности капли ($y = 1$) и поясним их физический смысл:

$$n_2 U_r^{(e)} + D_{12}\frac{n_e^2 m_1}{R\rho_e}\frac{\partial C_1}{\partial y} = 0,$$

$$n_1 U_r^{(e)} - D_{12}\frac{n_e^2 m_2}{R\rho_e}\frac{\partial C_1}{\partial y} =$$
$$= \alpha_0 \nu n_e\left[C_{1s}^{(H)} + C_{1s}^{*}\delta T_i - C_1\right], \qquad (5)$$

$$U_\theta^{(e)} = C_m Kn \Pi_{r\theta} + K_{TS}^{(0)}\frac{\nu_e}{RT_e}\times$$
$$\times\left(1+\beta_{RT}Kn\right)\frac{\partial T_e}{\partial\theta} + K_{DS}^{(0)}\frac{D_{12}}{R}\left(1+\beta_{RC}Kn\right)\frac{\partial C_1}{\partial\theta}; \qquad (6)$$

$$T_e - T_i = Kn\left(K_T^T\frac{\partial T_e}{\partial y} + K_T^n T_e\frac{\partial C_1}{\partial y}\right); \qquad (7)$$

$$-\lambda_e\frac{\partial T_e}{\partial y} + \lambda_i\frac{\partial T_i}{\partial y} = -Lm_1 R\alpha_0\nu n_e \times$$
$$\times\left[C_{1s}^{(H)} + C_{1s}^{*}\delta T_i - C_1\right] - \sigma_0\sigma_1 R\left(T_i^4 - T_\infty^4\right); \qquad (8)$$

$$C_{1s}^{(H)} = \left.\frac{n_{1s}^{(H)}}{n_e}\right|_{T_i=T_S}; \quad C_{1s}^{*} = \left.\frac{1}{n_e}\frac{\partial n_{1s}^{(H)}}{\partial T_i}\right|_{T_i=T_S};$$
$$\nu = \sqrt{k_B T_e/(2\pi m_1)}; \quad y = r/R;$$
$$\Pi_{r\theta} = \left(\frac{\partial U_\theta^{(e)}}{\partial y} + \frac{1}{y}\frac{\partial U_r^{(e)}}{\partial\theta} - \frac{U_\theta^{(e)}}{y}\right),$$

где $U_r^{(e)}$, $U_\theta^{(e)}$ – компоненты массовой скорости $\boldsymbol{U}_e$; величина C_0 определяется через численные концентрации n_1, n_2; $\boldsymbol{n}_z$ – единичный вектор в направлении оси Oz; σ_0 – постоянная Стефана – Больцмана; σ_1 – интегральная степень черноты; ν_e – коэффициент кинематической вязкости; L – удельная теплота испарения жидкости; ν – одна четвертая средней арифметической скорости теплового движения газовых молекул первого сорта [17]; k_B – постоянная Больцмана; $n_{1s}^{(H)}(T_{iS})$ – насыщенная концентрация молекул первого компонента бинарной газовой смеси; C_m, $K_{TS}^{(0)}$, $K_{DS}^{(0)}$ – коэффициенты изотермического, теплового и диффузионного скольжений; β_{RT}, β_{RC} – коэффициенты скольжения, возникающие из-за неоднородности температуры вдоль искривленной поверхности.

Все вышеперечисленные газокинетические коэффициенты определяются из решения в слое Кнудсена уравнения Больцмана [18] и при коэффициентах аккомодации по энергии [19] и тангенциального импульса [20] равных единицы: $K_{TS}^{(0)} = 1{,}152$; $C_m = 1{,}131$; $K_{DS}^{(0)} = 0{,}3$; $K_T^T = 2{,}179$; $\beta_{RT} = 3{,}731$ [18–20]; $n_1 U_r^{(e)}$,

$n_2 U_r^{(e)}$, $D_{12}\frac{n_e^2 m_2}{R\rho_e}\frac{\partial C_1}{\partial y}$, $D_{12}\frac{n_e^2 m_1}{R\rho_e}\frac{\partial C_1}{\partial y}$ – радиальные конвективные и радиальные диффузионные потоки соответствующих компонентов. Невозмущенные параметры (T_∞, P_∞) наблюдаются в месте нахождения геометрического центра капли при ее отсутствии; $q_i = \frac{4\pi n_k a_k}{n_s \lambda_0} I_0 B_k$ – объемная плотность внутренних источников тепла, неоднородно распределенных внутри капли, $m_k = n_k + i a_k$ – комплексный показатель преломления капли [21]; n_s – показатель преломления среды; λ_0, I_0 – длина волны и интенсивность падающего излучения, B_k – функция координат, рассчитываемая по теории Ми [22].

Первые краевые условия (5) описывают радиальные потоки массы – условие непроницаемости для второго компонента и непрерывность для первого с учетом испарения. Здесь следует отметить, что, опираясь на статистический подход, определяется радиальный поток молекул пара, который по величине равен $\alpha_0 \nu n_e \left(C_1^{(s)} - C_1\right)\Big|_{y=1}$ [17], где $C_1^{(s)}$ – насыщенная относительная числовая концентрация первого компонента, которая зависит от средней температуры поверхности капли T_{iS}, т. е. степени нагретости капли. Это означает, что $C_1^{(s)} = C_1^{(s)}(T_{iS})$ можно разложить в ряд по малому параметру ε, с удержанием линейных поправок. Таким образом, получаем $C_1^{(s)} = C_{1s}^{(H)} + C_{1s}^{*}\delta T_i$, где δT_i находится из граничных условий на поверхности капли; в условии (6) учитываются изотермическое, тепловое и диффузионное скольжения и поправки на кривизну поверхности капли, пропорциональные соответственно коэффициентам C_m, $K_{TS}^{(0)}$, $K_{DS}^{(0)}$, β_{RT}, β_{RC}. Скачок температуры у поверхности капли за счет градиента температуры пропорционально коэффициентам K_T^T и K_T^n учтен в (7) и в (8) учтена непрерывность радиального потока тепла с учетом тепла, идущего на фазовый переход и излучение.

В задаче имеется малый параметр $\varepsilon = \mathrm{Re} = (\rho_e R U_\infty)/\mu_e \ll 1$. В статье ограничимся нахождением полей скорости, давления, температур и относительной числовой концентрации первого компонента до первого порядка малости по этому параметру.

Результаты и их обсуждение

Чтобы найти выражения для фотофоретической силы и скорости, необходимо решить уравнения гидродинамики и тепломассопереноса. Ограничившись первым порядком малости по ε, имеем следующие выражения для полей массовой скорости $\boldsymbol{U}_e$ и давления P_e, полей температур T_e, T_i и относительной числовой концентрации первого компонента C_1, удовлетворяющие краевым условиям (3) – (4):

$$U_r^{(e)}(y,\theta) = U_\infty \cos\theta\left(1 + \frac{A_1}{y^3} + \frac{A_2}{y}\right);$$

$$P_e(y,\theta) = P_\infty + \mu_e \frac{U_\infty}{R}\cos\theta\frac{A_2}{y^2};$$

$$U_\theta^{(e)}(y,\theta) = -U_\infty \sin\theta\left(1 - \frac{A_1}{2y^3} + \frac{A_2}{2y}\right);$$

$$t_i(y,\theta) = t_{i0}(y) + \varepsilon t_{i1}(y,\theta);\ t_{e0}(y) = 1 + \frac{\Gamma_0}{y};$$

$$t_{i0}(y) = B_0 + \frac{H_0}{y} - \frac{1}{y}\int_1^y \psi_0(y)\,dy + \int_1^y \frac{\psi_0(y)}{y}\,dy;$$

$$t_e(y,\theta) = t_{e0}(y) + \varepsilon t_{e1}(y,\theta);$$

$$H_1 = \frac{R}{3\lambda_i T_\infty} J_1;\ \ t_e = T_e/T_\infty;\ \ t_i = T_i/T_\infty,$$

$$C_1(y,\theta) = C_{10}(y) + \varepsilon C_{11}(y,\theta),$$

$$H_0 = \frac{R^2}{3\lambda_i T_\infty} J_0;\ t_{e1}(y,\theta) = \cos\theta\frac{\Gamma_1}{y^2},$$

$$C_{10}(y) = C_0 + \frac{M_0}{y};\ \ H_1 = \frac{R}{3\lambda_i T_\infty} J_1,$$

$$J_0 = \frac{1}{V}\int_V q_i\, dV\ ;\ x = \cos\theta;$$

$$t_{i1}(y,\theta) = \cos\theta\left\{\begin{array}{l} B_1 y + \dfrac{H_1}{y^2} + \\ +\dfrac{1}{3}\left[y\int\limits_1^y \dfrac{\psi_1(y)}{y^2}dy - \dfrac{1}{y^2}\int\limits_1^y y\psi_1(y)\,dy \right] \end{array}\right\};$$

$$\psi_0(y) = -\frac{R^2}{2\lambda_i T_\infty} y^2 \int_{-1}^{+1} q_i dx\ ;\ \ J_1 = \frac{1}{V}\int_V q_i z\, dV\ ;$$

$$\psi_1(y) = -\frac{3R^2}{2\lambda_i T_\infty} y^2 \int_{-1}^{+1} q_i\, x\, dx\ ;$$

$$C_1(y,\theta) = \cos\theta \frac{M_1}{y^2}, \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3, \qquad (9)$$

где $\int\limits_V q_i z\, dV -$ дипольный момент плотности тепловых источников [23]; $z = r\cos\theta$, $dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$. Интегрирование ведется по всему объему частицы.

Среднее значение температуры поверхности капли $T_{iS} = T_\infty t_{iS}$ определяется из решения следующей системы уравнений:

$$\left\{\begin{array}{l} t_{eS} - t_{iS} = -Kn\left(K_T^T \Gamma_0 + K_n^n t_{eS} M_0\right), \\ M_0 = \dfrac{C_{1S}^{(H)} - C_0 - D_{12}\dfrac{n_e}{R\alpha_0 \nu n_2}\dfrac{K_{TD}}{t_{eS}}\Gamma_0}{1 + \dfrac{n_e}{R\alpha_0 \nu n_2} D_{12}}; \\ \dfrac{\lambda_e}{\lambda_i}\Gamma_0 = \dfrac{R^2 J_0}{3\lambda_e T_\infty} + L\dfrac{n_e m_1 R\alpha_0 \nu}{T_\infty \lambda_e}\left[C_0 + M_0 - C_{1S}^{(H)}\right] - \\ -\sigma_0\sigma_1 \dfrac{RT_\infty^3}{\lambda_e}\left(t_{iS}^4 - 1\right), \end{array}\right.$$

где $t_{eS} = t_{e0}(y=1)$, $t_{iS} = t_{i0}(y=1)$.

Общая сила, действующая на умеренно крупную высоковязкую каплю, получается в результате интегрирования тензора напряжений по ее поверхности [16] и определяется из выражения

$$\boldsymbol{F} = \left(\int\limits_{(S)} \left(-P_e \cos\theta + \sigma_{rr}\cos\theta - \sigma_{r\theta}\sin\theta\right) \times \right.$$
$$\left. \times r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi \right) \boldsymbol{n}_z, \qquad (10)$$

где σ_{rr}, $\sigma_{r\theta}$ – компоненты тензора напряжений [16];

$$\sigma_{rr} = 2\mu_e \frac{\partial U_r^{(e)}}{\partial y};$$

$$\sigma_{r\theta} = \mu_e\left(\frac{\partial U_\theta^{(e)}}{\partial y} + \frac{1}{y}\frac{\partial U_r^{(e)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(e)}}{y}\right).$$

Вычисляя интеграл (10), находим выражение для силы $\boldsymbol{F}$:

$$\boldsymbol{F} = -4\pi R \mu_e U_\infty A_2\, \boldsymbol{n}_z. \qquad (11)$$

После определения постоянной интегрирования A_2 из граничных условий на поверхности капли (5) – (8), с учетом выражений (9), получаем, что результирующая сила $\boldsymbol{F}$ складывается из силы вязкого сопротивления среды $\boldsymbol{F}_\mu$ и фотофоретической силы $\boldsymbol{F}_{ph}$:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_\mu + \boldsymbol{F}_{ph}, \qquad (12)$$

где $\boldsymbol{F}_\mu = 6\pi R \mu_e f_\mu U_\infty\, \boldsymbol{n}_z$;

$$\boldsymbol{F}_{ph} = -6\pi R \mu_e f_{ph} J_1\, \boldsymbol{n}_z\ ;$$

$$f_\mu = \frac{1 + 2C_m Kn}{1 + 3C_m Kn}\ ;\quad \Delta = 2\frac{\lambda_e}{\lambda_i} + \frac{\Phi_1}{\Phi_0}\Phi_2\ ;$$

$$\Phi_0 = 1 - 2K_T^n Kn\, t_{eS} C_{1S}^* \frac{T_\infty}{a_1}\ ;$$

$$a_1 = 1 + 2D_{12}\frac{n_e}{R\alpha_0 \nu n_2}\ ;$$

$$f_{ph} = \frac{2}{3}\frac{1}{\Delta\lambda_i T_\infty\left(1 + 3C_m Kn\right)} \times$$

$$\times\left\{ K_{TS}^{(0)}\frac{\nu_e}{t_{eS}}\left(1 + \beta_{RT} Kn\right) + \right.$$

$$+ K_{DS}^{(0)} D_{12}\left(1 + \beta_{RC} Kn\right) C_{1S}^* \frac{T_\infty}{a_1 \Phi_0}\Phi_2 +$$

$$\left. + D_{12}\frac{m_1 n_e^2}{\rho_e n_2}\left(1 + 6C_m Kn\right) C_{1S}^* T_\infty \frac{T_\infty}{a_1 \Phi_0}\Phi_2 \right\};$$

$$\Phi_2 = 1 + Kn\left(2K_T^T + K_T^n M_0\right);$$

$$\Phi_1 = 1 + 4\sigma_0\sigma_1 \frac{RT_\infty^3}{\lambda_i} t_{eS}^3 + 2L \frac{m_1 n_e^2}{\lambda_i a_1 n_2} D_{12} C_{1S}^* .$$

Для нахождения скорости равномерного прямолинейного движения ставим условие

$$\boldsymbol{F} = 0,$$

и из формулы (12) получаем

$$\boldsymbol{U}_{ph} = -\frac{f_{ph}}{f_\mu} J_1 \boldsymbol{n}_z . \qquad (13)$$

Выражения (12), (13) позволяют оценить относительный вклад прямого влияния коэффициента испарения на силу и скорость фотофореза, а также влияние реактивного эффекта и линейных поправок по числу Кнудсена.

Рассмотрим подробнее выражения (12), (13), т. е. коэффициент f_{ph}. Это позволяет исследовать некоторые частные случаи фотофоретического движения, вытекающие из формул (12) и (13). Если на поверхности частицы отсутствует фазовый переход, то $\alpha_0 \to 0$, $C_{1S}^* \to 0$, $L \to 0$, $D_{12} \to 0$, и тогда имеем

$$f_{ph} = \frac{2}{3} \frac{1}{\Delta^* \lambda_i T_\infty} K_{TS}^{(0)} \frac{\nu_e}{t_{eS}} \frac{\left(1 + \beta_{RT} Kn\right)}{\left(1 + 3C_m Kn\right)};$$

$$\Delta^* = 1 + 2\frac{\lambda_e}{\lambda_i} + 4\sigma_0\sigma_1 \frac{RT_\infty^3}{\lambda_i} t_{eS}^3 ,$$

получаем формулу, позволяющую описывать фотофорез твердой умеренно крупной частицы. Если (12) и (13) положить Kn = 0, то они переходят в известные формулы для силы и скорости фотофореза крупной твердой частицы [22].

Видим, что коэффициент f_{ph} представляется в виде суммы трех слагаемых. Каждое из этих слагаемых влияет не только на величину силы и скорости фотофореза, но и на направление фотофоретического движения капли. Первое слагаемое пропорционально коэффициенту теплового скольжения $K_{TS}^{(0)}$. Это означает, что испаряющаяся капля стремится двигаться в сторону падения температуры во внешней среде, т.е. из области с более высокой температурой в область с более низкой температурой; второе слагаемое пропорционально коэффициенту диффузионного скольжения $K_{DS}^{(0)}$. Коэффициент $K_{DS}^{(0)}$ по знаку может быть как положительным, так и отрицательным. Если имеет место неравенство $m_1 < m_2$, то $K_{DS}^{(0)} > 0$. В противном случае $K_{DS}^{(0)} < 0$. Таким образом, в зависимости от масс компонентов бинарной смеси капля может двигаться как в сторону роста, так и в сторону падения температуры; третье слагаемое связано с фазовым переходом и описывает действие реактивной части импульса на каплю. Температурная зависимость относительной концентрации насыщенных паров летучего вещества капли (C_{1S}^*) в объеме газовой смеси вызывает неравномерное испарение вдоль границы конденсированной фазы и, как следствие, реактивный эффект.

Следует также отметить, что выражения, пропорциональные коэффициентам $K_{TS}^{(0)}$, $K_{DS}^{(0)}$ и реактивному эффекту, умножаются соответственно на $\left(1 + \beta_{RT}\mathrm{Kn}\right)$, $\left(1 + \beta_{RC}\mathrm{Kn}\right)$, $\left(1 + 6C_m\mathrm{Kn}\right)$ и на $\Phi_2 = 1 + \mathrm{Kn}(2K_T^T + K_T^n M_0)$, т. е. учитывается влияние линейных поправок по числу Кнудсена на силу и скорость фотофореза. Поскольку эти коэффициенты по знаку могут быть различны (в зависимости от выбранной модели (БГК-модель, S-модель и т. д.), выбранных пробных функций, при определенных соотношениях коэффициентов скольжений и скачков, варьирование значений коэффициентов аккомодации импульса и энергии и т. д.), то может возникнуть так называемый «отрицательный» фотофорез. Аналогичная ситуация имеет место и для термофореза

умеренно крупных аэрозольных частиц [24].

Для высокотеплопроводных умеренно крупных испаряющихся капель (при $\lambda_i \to \infty$) видим, что фотофорез практически отсутствует, т. е. $f_{ph} \to 0$, что подтверждается в экспериментах.

Как видно из формул (12) – (13), $\boldsymbol{F}_{ph}$, $\boldsymbol{U}_{ph}$ пропорциональна дипольному моменту плотности тепловых источников $\int_V q_i z\, dV$. При прочих равных условиях высоковязкая капля может двигаться как в направлении падающего излучения (дипольный момент отрицательный), так и навстречу ему (дипольный момент в этом случае положительный).

Интенсивность плоской волны монохроматического излучения влияет на величину тепловых источников, которые неоднородно размещены в объеме капли, что влияет соответственно на величину силы и скорости фотофореза. При увеличении величины интенсивности последние возрастают линейно.

Из (13) видно, что величина $\boldsymbol{U}_{ph}$ пропорциональна $J_1 = \frac{1}{V}\int_V q_i z\, dV$. Следовательно, с увеличением радиуса высоковязкой капли ($V = \frac{4}{3}\pi R^3$) скорость фотофореза уменьшается обратно пропорционально R^3, что согласуется с экспериментом.

Выводы

В квазистационарном приближении в поле плоской волны монохроматического излучения интенсивности I_0 при малых числах Рейнольдса и Пекле проведено теоретическое описание движения умеренно крупной испаряющейся высоковязкой капли сферической формы в вязкой бинарной газовой смеси с фазовым переходом одного из компонентов на поверхности конденсированной фазы. Полученные выражения для силы и скорости фотофореза позволяют учесть прямой вклад влияния коэффициента испарения, линейные поправки по числу Кнудсена и реактивный эффект.

Список литературы

1. Ehrenhaft F. Die Photophorese // Ann. der Physik. 1918. Vol. 361(10). P. 81–132.

2. Cheremisin A. A., Kushnarenko A. V. Photophoretic interaction of aerosol particles and its effect on coagulation in rarefied gas medium // J. of Aerosol Science. 2013. Vol. 62. P. 26–39.

3. Гращенков С. И. Использование метода конечных элементов для расчета скорости фотофореза крупных аэрозольных частиц // Colloid Journal. 2017. Т. 79, № 5. С. 596–604.

4. Фотофорез нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы / Н. В. Малай, А. В. Лиманская, Е. Р. Щукин, А. А. Стукалов // Журнал технической физики. 2012. Т. 82, вып. 10. С. 42–50.

5. Gui-hua Chen, Lin He, Mu-ying Wu, Yong-qing Li. Temporal dependence of photophoretic force optically induced on absorbing airborne particles by a power-modulated // Phys. Rev. Applied. 2018. Vol. 10, no. 5. P. 054027.

6. Малай Н. В., Щукин Е. Р. Фото- и термофорез нагретых умеренно крупных аэрозольных частиц сферической формы // Журнал технической физики. 2019. Т. 89, № 4. С. 500–506.

7. Photophoretic Levitation of macroscopic nanocardboard plates / J. Cortes, C. Stanczak, M. Azadi, M. Narula, S. M. Nicase, H. Hu [et al.] // Advanced Materials. 2020. Vol. 32 (16). P. 207–227.

8. Малай Н. В., Щукин Е. Р., Шулиманова З. Л. Фото-термо- и диффузиофорез крупных нелетучих аэрозольных частиц сферической формы в бинарных газовых смесях // Оптика атмосферы и океана. 2020. Т. 33, № 6. С. 476–482.

9. Ambrosio L.A. Photophoresis in the slip-flow and free molecular regimes for arbitrary-index particles // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 2020. Vol. 255. P. 107276.

10. Towards photophoretically levitating macroscopic sensors in the stratosphere / B. Schafer, J. Kim, J. Vlassak, D. Keith // Applied Physics. 2022. P. 1–39. URL: https://arxiv.org/abc/2209.08093

11. Mitri F.G. Optical Magnus effect in the photophoresis of a spinning absorptive dielectric circular // Applied Optics. 2022. Vol. 61, no. 5. P. 1203–1211.

12. Малай Н. В., Щукин Е. Р., Шостак Ю. И. О влиянии теплообмена на фотофорез нагретой крупной аэрозольной частицы // Теплофизика высоких температур. 2022. Т. 60, № 6. С. 866–872.

13. Pahi S. S. A., Punse A. A., Banerjee A. Ultrastable three-dimensional photophoretic trap in air facilitated by a single multimode fiber // ACS Photonics. 2024. Vol. 11, no. 1. P. 159–170.

14. Yalamov Yu. I., Kutukov V. B., Shchukin E. R. Theory of the photophoretic motion of the large-size volatile aerosol particle // Journal of Colloid and Interface Science. 1976. Vol. 57(3). P. 564–571.

15. Яламов Ю. И., Галоян В. С. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 205 с.

16. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. Т. VI. М.: Физматлит, 2003. 736 с.

17. Яламов Ю. И. О влиянии коэффициента испарения на диффузиофорез крупных капель. М.: МОПИ, 1990. Деп. в ВИНИТИ № 4120-Б-90.

18. Юшканов А. А., Савков С. А., Яламов Ю. И. О зависимости коэффициентов скольжения от модели межмолекулярного взаимодействия // Инженерно-физический журнал. 1986. Т. 51, № 4. С. 686–687.

19. Яламов Ю. И., Поддоскин А. Б., Юшканов А. А. О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны // Доклады академии наук СССР. 1980. Т. 237, № 2. С. 1047–1050.

20. Поддоскин А. Б., Юшканов А. А., Яламов Ю. И. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц // Журнал технической физики. 1982. Т. 52, № 11. С. 2253–2262.

21. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 384 с.

22. Береснев С. А., Кочнева Л. Б. Фактор асимметрии поглощения излучения и фотофорез аэрозолей // Оптика атмосферы и океана. 2003. Т. 16, № 2. С. 134–141.

23. Щукин Е. Р., Яламов Ю. И., Шулиманова З. Л. Избранные вопросы физики аэрозолей. М.: МПУ; 1992. 297 с.

24. Measurement of negative thermophoretic force / R. W. Bosworth, A.L. Ventura, A. D. Ketsdeverand, S. F. Gimelshein // J. of Fluid Mechanics. 2016. Vol. 805. P. 207–221.

References

1. Ehrenhaft F. Die Photophorese. *Ann. der Physik*. 1918;361(10):81–132.

2. Cheremisin A.A., Kushnarenko A.V. Photophoretic interaction of aerosol particles and its effect on coagulation in rarefied gas medium. *J. of Aerosol Science*. 2013;62:26–39.

3. Grashchenkov S.I. Using the finite element method to calculate the photophoresis rate of large aerosol particles. *Colloid Journal*. 2017;79(5):596–604. (In Russ.)

4. Malai N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R., Stukalov A.A. Photophoresis of heated large aerosol particles of spherical shape. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki = Technical Physics*. 2012;82(10):42–50. (In Russ.)

5. Gui-hua Chen, Lin He, Mu-ying Wu, Yong-qing Li. Temporal dependence of photophoretic force optically induced on absorbing airborne particles by a power-modulated. *Phys. Rev. Applied*. 2018;10(5):054027

6. Malai N.V., Shchukin E.R. Photo- and thermophoresis of heated moderately large aerosol particles of spherical shape. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki = Technical Physics*. 2019;89(4):500–506. (In Russ.)

7. Cortes J., Stanczak C., Azadi M., Narula M., Nicase S. M., Hu H., et al. Photophoretic levitation: photophoretic levitation of macroscopic nanocardboard plates. *Advanced Materials*. 2020;32(16):207–227.

8. Malai N.V., Shchukin E.R., Shulimanova Z.L. Photo-thermoand diffusiophoresis of large non-volatile aerosol particles of spherical shape in binary gas mixtures. *Optika atmosfery i okeana = Optics of the atmosphere and ocean*. 2020;33(6):476–482. (In Russ.)

9. Ambosio L. A. Photophoresis in the slip-flow and free molecular regimes for arbitrary-index particles. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. 2020;255: 107276.

10. Schafer B., Kim J., Vlassak J., Keith D. Towards photophoretically levitating macroscopic sensors in the stratosphere. *Applied Physics*. 2022. P. 1–39. URL: https://arxiv.org/abc/2209.08093

11. Mitri F.G. Optical Magnus effect in the photophoresis of a spinning absorptive dielectric circular. *Applied Optics*. 2022;61(5):1203–1211.

12. Malai N.V., Shchukin E.R., Shostak Yu.I. On the effect of heat transfer on photophoresis of a heated large aerosol particle. *Teplofizika vysokikh temperatur = Thermophysics of High Temperatures*. 2022;60(6):866–872. (In Russ.)

13. Pahi S.S.A., Punse A.A., Banerjee A. Ultrastable three-dimensional photophoretic trap in air facilitated by a single multimode fiber. *ACS Photonics*. 2024;11(1):159–170. (In Russ.)

14. Yalamov Yu.I., Kutukov V.B., Shchukin E.R. Theory of the photophoretic motion of the large-size volatile aerosol particle. *Journal of Colloid and Interface* Science. 1976;57(3):564–571. (In Russ.)

15. Yalamov Yu.I., Galoyan V.S. Dynamics of droplets in inhomogeneous viscous media. Yerevan: Luys; 1985. 205 p. (In Russ.)

16. Landau L.D., Lifshits E.M. Hydrodynamics. Vol. VI. Moscow: Fizmatlit; 2003. 736 p. (In Russ.)

17. Yalamov Yu.I. On the effect of the evaporation coefficient on the diffusiophoresis of large droplets. Moscow: MOPI; 1990. Dep. in VINITI No. 4120-B-90. (In Russ.)

18. Yushkanov A.A., Savkov S.A., Yalamov Yu.I. On the dependence of slip coefficients on the model of intermolecular interaction. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal = Engineering and Physics Journal*. 1986;51(4):686–687. (In Russ.)

19. Yalamov Yu.I., Poddoskin A.B., Yushkanov A.A. On boundary conditions in the flow of inhomogeneously heated gas around a spherical surface of small curvature. *Doklady akademii nauk SSSR = Reports of the USSR Academy of Sciences*. 1980; 237(2):1047–1050. (In Russ.)

20. Poddoskin A.B., Yushkanov A.A., Yalamov Yu.I. Theory of thermophoresis of moderately large aerosol particles. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki = Technical Physics*. 1982;52(11):2253–2262. (In Russ.)

21. Boren K., Hafman D. Absorption and scattering of light by small particles. Moscow: Mir, 1986. 384 p. (In Russ.)

22. Beresnev S.A., Kochneva L.B. The asymmetry factor of radiation absorption and aerosol photophoresis. *Optika atmosfery i okeana = Optics of the atmosphere and ocean*. 2003;16(2):134–141. (In Russ.)

23. Shchukin E.R., Yalamov Yu.I., Shulimanova Z.L. Selected issues of aerosol physics. Moscow: MPU; 1992. 297 p. (In Russ.)

24. Bosworth R.W., Ventura A.L., Ketsdeverand A.D., Gimelshein S.F. Measurement of negative thermophoretic force. *J. of Fluid Mechanics*. 2016;805:207–221.

Информация об авторах / Information about the Authors

Малай Николай Владимирович,
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры теоретической
и экспериментальной физики, Белгородский
государственный национальный
исследовательский университет,
г. Белгород, Российская Федерация,
e-mail: malay@bsu.edu.ru,
ORCID: 0000-0003-3400-5371

Nikolay V. Malai, Doctor of Sciences
(Physics and Mathematics), Professor
of the Department of Theoretical
and Experimental Physics, Belgorod State
National Research University,
Belgorod, Russian Federation,
e-mail: malay@.bsu.edu.ru,
ORCID: 0000-0003-3400-5371

Сохань Павел Витальевич, аспирант кафедры теоретической и экспериментальной физики Института инженерных и цифровых технологий, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация,
e-mail: sokhanp95@gmail.com,
ORCID: 0009-0002-5152-240X

Pavel V. Sohan, Post-Graduate Student, Department of Theoretical and Experimental Physics, Institute of Engineering and Digital Technologies, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation,
e-mail: sokhanp95@gmail.com,
ORCID: 0009-0002- 5152-240X

Шостак Юлия Ивановна, аспирант кафедры теоретической и экспериментальной физики Института инженерных и цифровых технологий, Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
г. Белгород, Российская Федерация,
e-mail: juliashostak@mail.ru,
ORCID: /0000-0002-9588-5117

Yulia I. Shostak, Post-Graduate Student, Department of Theoretical and Experimental Physics at the Institute of Engineering and Digital Techno-logies, Belgorod State National Research University, Belgorod,
Russian Federation,
e-mail: juliashostak@mail.ru,
ORCID: 0000-0002-9588-5117