

Оригинальная статья / Original article

УДК 538.911

<https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-1-104-114>

Топологические особенности в тактоидной нематической фазе

Л. В. Ельникова¹✉, В. В. Беляев²¹ НИЦ «Курчатовский институт»

ул. Большая Черемушkinsкая, д. 25, г. Москва 117218, Российская Федерация

² Государственный университет просвещения

ул. Веры Волошиной, д. 24, г. Мытищи 141014, Российская Федерация

✉ e-mail: elnikova@itep.ru

Резюме

Цель исследования. Иллюстрация роли точечных поверхностных топологических дефектов в нематиках в фазовых переходах на примере неорганических золей пятиокиси ванадия в воде V_2O_5/H_2O .

Методы. На основе измерений поляризационной оптической микроскопии и теоретически в рамках модели Ландау – де Жена и модели дефектов Киббла – Журека оценивается влияние точечных топологических особенностей на поверхности нематических коллоидов лиотропных жидких кристаллов, в частности неорганических золей системы V_2O_5/H_2O , на их критические термодинамические, электрические, оптические, упругие и механические свойства.

Для системы V_2O_5/H_2O анализируются разработанные модели нематических коллоидных фаз с нетривиальной топологией, состоящих из веретенообразных частиц, в которых классифицируются их топологические дефекты; рассматриваются геометрические параметры нематических частиц в динамике и эволюции в зависимости от физико-химических условий, критерии устойчивости фаз, условия слияния частиц, в том числе при воздействии внешнего магнитного поля, а также экспериментальные наблюдения, подтверждающие предложенные теории и модели.

Результаты. С учетом режима коалесценции оценен критический размер коллоидной частицы системы $V_2O_5/H_2O \sim 10$ нм в направлении длинной оси, при котором величина магнитной энергии равна сумме упругой и поверхностной энергии коллоидной частицы.

Заключение. Подтверждается, что необходимым условием коалесценции частиц золей системы V_2O_5/H_2O в магнитном поле является аннигиляция точечных топологических дефектов на их полюсах, установлен геометрический критерий коалесценции частиц в магнитном поле на основе различных теорий их поверхностных дефектов

Ключевые слова: неорганические нематические золи; бисферическая геометрия; точечные топологические дефекты, коалесценция.

Благодарности: Авторы благодарят Ж. Дюплатра и О. Д. Лаврентовича за обеспечение литературой.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Ельникова Л. В., Беляев В. В. Топологические особенности в тактоидной нематической фазе // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2024. Т. 14, № 1. С. 104–114. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-1-104-114>.

Поступила в редакцию 14.01.2024

Подписана в печать 20.02.2024

Опубликована 26.03.2024

Topological Defects in Tactoid Nematic Phase

L. V. Elnikova^{1✉}, V. V. Belyaev²

¹ NRC-Kurchatov institute

25 Bolshaya Cheremushkinskaya Str., Moscow 117218, Russian Federation

² Federal State University Education

24 Very Voloshinoi Str., Mytishci 141014, Russian Federation

✉ e-mail: elnikova@itep.ru

Abstract

The purpose research of the work is to illustrate the role of point surface topological defects in nematics in phase transitions using the example of inorganic sols of vanadium pentoxide in water V_2O_5/H_2O .

Methods. Basing on the measurements on polarization light microscopy and theoretically, in frames of the Landau-de Gennes model and the Kibble-Zurek model for defects, the influence of point topological defects at the surface of nematic colloid of lyotropic liquid crystals, in particular, in inorganic sols of the V_2O_5/H_2O system, on their critical thermodynamic, electric, optical, elastic and mechanical properties is estimated.

For the system V_2O_5/H_2O , we study the developed models of nematic colloid phases with non-trivial topology composed of spindle-shaped particles, in which their topological defects are classified; geometrical parameters of nematic particles in dynamics and evolution depending on physicochemical conditions, phase stability criteria, conditions for coalescence of particles, including, under external magnetic field, and also, experimental observations confirmed the proposed theories and models, are considered.

Results. With a glance of coalescence regime, the critical size of a colloid particle of the system V_2O_5/H_2O , ~ 10 nm in the long axis direction, in which the value of magnetic energy equals to the sum of elastic and surface energy of a colloid particle, is estimated.

Conclusion. We confirmed, that the prerequisite of sol particle coalescence in the system V_2O_5/H_2O in the magnetic field is annihilation of the point topological defects at their poles, the geometrical criterion of tactoid coalescence in magnetic field is established basing on the different theories of their surface defects.

Keywords: inorganic nematic sols; bipolar geometry; point topological defects; coalescence.

Acknowledgments: The authors thank J. Duplatre and O. D. Lavrentovich for providing literature.

Conflict of interest: The authors declare no apparent or potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Elnikova L. V., Belyaev V. V. Topological Defects in Tactoid Nematic Phase. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*. 2024; 14(1): 104–114. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-1-104-114>

Received 14.01.2024

Accepted 20.02.2024

Published 26.03.2024

Введение

В литературе обозначен широкий спектр систем на основе нематических жидких кристаллов (НЖК) [1], имеющих различные технические приложения в оптических устройствах [2], датчиках, исполнительных механизмах, медицине, трибологии и других областях [3] благодаря возможности управления их эксплуатационными характеристиками воздей-

ствием приложенного внешнего электромагнитного поля, термодинамическими параметрами и другими факторами.

Лиотропные ЖК проявляют мезоморфизм в зависимости от изменения концентрации компонентов. Мы остановимся на системе неорганических золей V_2O_5 в воде H_2O (V_2O_5/nH_2O), образующей лиотропную нематическую одноосную ЖК фазу, сосуществующую с изотропной. Эта двухфазная система изуча-

ется уже более века, начиная с ее открытия Цохером в 20-х годах прошлого века [4]. Эксперименты по оптической микроскопии Казначеева [5] продемонстрировали, что в системе нематических золей V_2O_5/nH_2O коллоидные частицы веретенообразной формы, называемые тактоидами, могут сливаться или претерпевать коалесценцию, взаимодействуя через полюсы, геометрически совпадающие с точечными поверхностными топологическими дефектами, определяемыми в [6] бужумами.

Целью работы является анализ коалесценции тактоидов в магнитном поле и доказательство ключевой роли точечных поверхностных топологических дефектов в фазовых переходах в НЖК системы V_2O_5/nH_2O .

Материалы и методы

Капли нематической фазы образуются в стандартных условиях при концентрациях пятиокиси ванадия в воде ~ 1 мас. %. Система является высокодисперсной. Нематическая фаза структурируется в виде тактоидов, частиц веретенообразной формы размером от нескольких нанометров до нескольких микрометров (рис. 1).

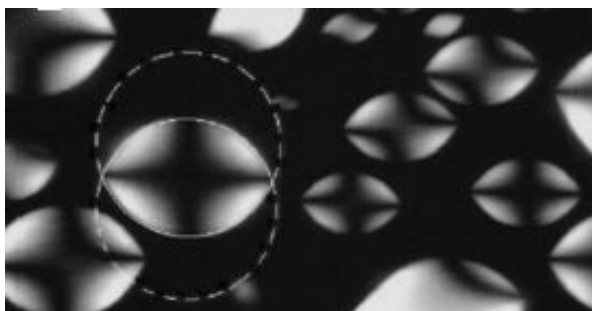


Рис. 1. Тактоиды нематической фазы V_2O_5/nH_2O [6]

Fig. 1. Tactoids of the nematic phase V_2O_5/nH_2O [6]

Отношение модулей упругости тактоидной нематической фазы

V_2O_5/nH_2O $K_3/K_1 \sim 100$, тогда как у большинства НЖК $K_3/K_1 \sim 10$. Геометрия тактоидов может быть описана в бисферических (или биполярных) координатах [7], их применение в теории нематических тактоидов также описано в [8; 9].

В магнитном поле тактоидные частицы выстраиваются по направлению приложенного поля, слияние (коалесценция) тактоидов осуществляется полюсами соседних частиц, в которых расположены точечные дефекты.

Теория Ландау – де Жена лежит в основе большинства феноменологических моделей, описывающих энергию и параметр порядка НЖК [1], для тактоидов системы V_2O_5/nH_2O ключевыми параметрами выступают приповерхностный угол и энергия сцепления [2]. Для описания структуры дефектов в исследуемых системах с нетривиальной геометрией тактоидных золей [10] привлекаются методы топологии и аналогии с математическим аппаратом [11] теории сверхтекучести, сверхпроводимости, космологические модели типа Киббла – Журика эволюции топологических дефектов [12].

Далее мы будем обсуждать теоретические подходы к описанию эволюции дефектов, в том числе приводящих к коалесценции тактоидных капель, а также экспериментальные методы обнаружения топологических эффектов в НЖК V_2O_5/nH_2O .

Результаты и их обсуждения

В терминах общепринятой для ЖК теории Ландау – де Жена свободная энергия нематика в присутствии магнитного поля выражается в виде функционала [5]:

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_{el} + \Phi_m, \quad (1)$$

где в правой части равенства компоненты относятся к поверхностной, упругой и магнитной энергии соответственно.

$$\Phi_s = \sigma S, \quad (2)$$

где σ – поверхностное натяжение; S – площадь поверхности тактоида.

$$\Phi_{el} = \int_V d\mathbf{r}^3 \left[\frac{K_1}{2} (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + \frac{K_2}{2} (\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + \frac{K_3}{2} [(\mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n}))]^2 - K_{24} \nabla \cdot [\mathbf{n} \cdot \nabla \cdot \mathbf{n} + \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n})] \right]^2, \quad (3)$$

где K_1 , K_2 , K_3 , K_{24} – константы растяжения, кручения, изгиба и смещенной (*saddle-splay*) деформации соответственно.

Магнитная энергия равна

$$\Phi_m = -\frac{\chi_a}{2} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, \quad (4)$$

где \mathbf{H} – вектор магнитного поля; χ_a – анизотропия магнитной восприимчивости.

Здесь параметр порядка – вектор директор \mathbf{n} нематика ориентирован тангенциально к поверхности капли (рис. 2). На полюсах тактоида имеются особенности вектора директора, или поверхностные точечные дефекты бужумы [6]. Научный термин «бужум» укрепился в специальной литературе по жидким кристаллам как дефект размерности 0 на поверхности ЖК и введен в литературу в 1981 г. Мерминым [14] по мотивам персонажа поэмы Л. Кэррола «Охота на Снарка» [13]. Также символично обозначается точечный дефект в объеме ЖК, называемый «ежом» (рис. 2) [15].

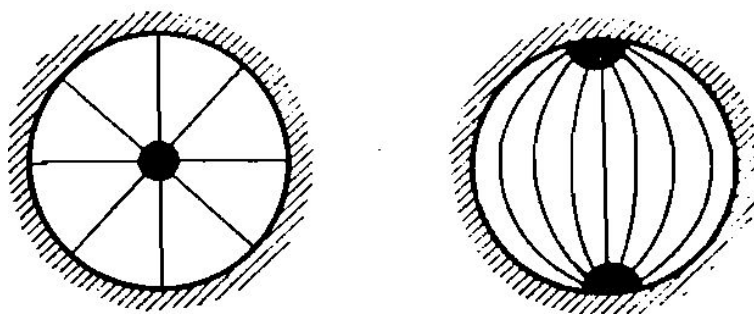


Рис. 2. Нормальное (слева) и тангенциальное (справа) распределение поля директора в капле нематика: слева – точечный дефект еж в объеме, справа – пара точечных поверхностных дефектов бужумов на поверхности в биполярной структуре [15]

Fig. 2. Normal (left) and tangential (right) distribution of the director field in nematic drop: for point bulk defect hedgehog (left) and two surface point defects boojums in bipolar structure (right) [15]

Все типы топологических дефектов в нематиках классифицированы: это ежи, бужумы [10] и дисклинации [15], они могут быть взаимосвязаны между собой и в процессе фазовых переходов способны перемещаться, эволюционировать, рождаться и аннигилировать при условии соблюдения законов сохранения топологического заряда.

Установлена классификация дефектов в терминах теории групп и топологии. В книге [13] дается точная гомотопичес-

кая последовательность для точечных особенностей в нематиках

$$\begin{aligned} \pi_2(S^1) &\xrightarrow{\varphi_2} \pi_2(RP^2) \rightarrow \\ &\rightarrow \pi_2(RP^2, S^1) \xrightarrow{\psi} \\ &\xrightarrow{\psi} \pi_1(S^1) \xrightarrow{\phi_1} \pi_1(RP^2) \rightarrow \\ &\rightarrow \pi_1(RP^2, S^1) \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где π_1 , π_2 – группы симметрии линейных и точечных дефектов соответственно; S^1 – поверхность; RP^2 – область вырождения параметра порядка, последовательность (5) такая же, как в сверхтекучем гелии

$^3\text{He-A}$, она встречается в некоторых сверхпроводниках и, возможно, в других средах. Группа симметрии дефектов π_2 неабелева.

Формула (5) обозначает возможные фазовые переходы при трансформации орбит, а также показывает различие локальных и глобальных свойств системы $\text{V}_2\text{O}_5/n\text{H}_2\text{O}$.

Структуры монополярного типа, аналогичные дираковским монополям (изолированным магнитным зарядам), ассоциированные с точечными дефектами [16], обсуждались в работах Воловика [17], Курика [18] и Лаврентовича [15]. Математический аппарат для описания топологических дефектов един как для космологических моделей (например, модель Киббла – Журика), так и для конденсированных сред, например, сверхпроводников, сверхтекучего гелия, полимеров, жидких кристаллов и других разделов физики. Среди разновидностей монополей известны так называемые вихри, монополи с вихрем. Топология вихрей подробно описана, например, в [13]. Как и бужумы, вихри характеризуются 2-мя топологическими индексами.

Рассмотрим биполярную (бисферическую) систему координат [6], которая используется при описании геометрии тактоида (рис. 4). Отношения декартовых и бисферических координат формулируются как [6]:

$$\begin{aligned} x &= a \frac{\sin \xi \cos \varphi}{\cosh \eta - \cos \xi}, \\ y &= a \frac{\sin \xi \sin \varphi}{\cosh \eta - \cos \xi}, \\ z &= a \frac{\sinh \xi}{\cosh \eta - \cos \xi}. \end{aligned} \quad (6)$$

Упругая энергия тактоида в бисферических координатах равна

$$\frac{a\gamma}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \times \int_{\pi-a}^{\pi} \frac{4K_1 \sinh^2 \eta \sin \xi + K_3 \sin^3 \xi}{(\cosh \eta - \cos \xi)^3} Dd\xi. \quad (7)$$

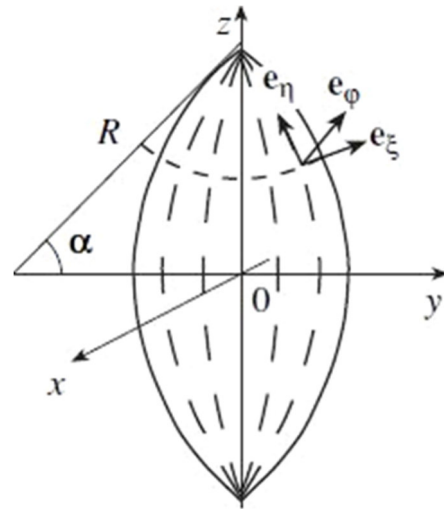


Рис. 4. Орты бисферических координат e_i тактоида [6]: R и α – геометрические параметры

Fig. 4. Unit vectors e_i of bispherical coordinates of a tactoid (φ, ξ, η) [6]: R and α are geometrical parameters

Пусть тактоид ориентирован длинной осью вдоль декартовой оси z (рис. 4), тогда вектор директор нематика в бисферических координатах записывается как [6]

$$\mathbf{n} = n \left(0, 0, \frac{1 - \cosh \eta \cos \xi}{\cosh \eta - \cos \xi} \right), \quad (8)$$

где переменные ξ, η относятся к бисферическим координатам.

Ранее для коллоидных НЖК бисферические координаты были использованы Вильямсом [19] при предсказании двух фазовых переходов «нарушения четности» в нематических каплях с тангенциальным сцеплением в магнитном поле и без него. Точечные дефекты бужумы (известные с 1981 г.) на полюсах нематических тактоидов в работе Вильямса 1986 г. [19] не декларируются, хотя в решении энергии Франка присутствуют точечные

особенности, совпадающие с локализацией бужумов Казначеева [6] и Ван дер Щута [7].

Подходы групп Казначеева [6], Ван дер Щута [7] и Вильямса [19] немного различаются и предназначены для решения различных задач описания эволюции тактоидов и их текстуры.

Топологический дефект на полюсе тактоида может рассматриваться в локальных координатах, однако система тактоидов, ориентированных в магнитном поле

[6] (рис. 5), описывается глобальным полем. В локальных координатах можно принять принадлежность параметра порядка нематического тактоида специальной унитарной группе $SU(2)$. Из двух индексов дефекта вортон (m, n), или топологических зарядов, на полюсе тактоида один принадлежит группе $U(1)$, относится к вихрю и означает число наматывания (winding number).

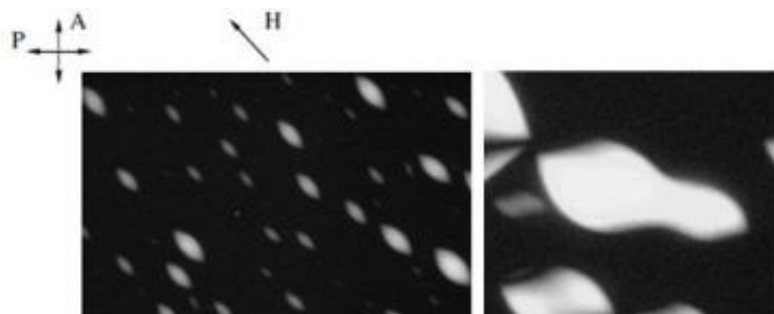


Рис. 5. Ориентация тактоидов в магнитном поле H (слева) и коалесценция тактоидов (справа) [6]

Fig. 5. Orientation of tactoids in magnetic field H (left) and coalescence of tactoids (right) [6]

При постановке задачи о коалесценции двух тактоидных капель в магнитном поле, признаком которой является аннигиляция дефектов на полюсах, точечные дефекты (бужумы или монополи) могут рассматриваться как воротны [20], аналогичные монополям с бескоровыми вихрями Андерсона – Тулуза в сверхтекучей фазе $^3\text{He-A}$, такую задачу можно решать в терминах калибровочной теории и бозонного лагранжиана.

Аналогия механизма Киббла – Жу-река (КЖ) образования топологических дефектов широко распространена при интерпретации критических явлений в ЖК [11]. В духе теории дефектов КЖ может быть сформулирована струнная модель, бозонный лагранжиан которой есть

$$L = \int d\mathbf{r}^3 \times \left\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \mathbf{G}_{\mu\nu} \mathbf{G}^{\mu\nu} - \left[-D_\mu \boldsymbol{\varphi}^+ \cdot D\boldsymbol{\varphi} - V(\boldsymbol{\varphi}) \right] \right\}, \quad (9)$$

где $F_{\mu\nu}$ – напряженность абелева поля;

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu;$$

$\mathbf{G}_{\mu\nu}$ – глобальная кривизна;

$$\mathbf{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{H}_\nu - \partial_\nu \mathbf{H}_\mu + g \mathbf{H}_\mu \times \mathbf{H}_\nu;$$

$D_\mu \boldsymbol{\varphi}$ – калибровочно ковариантные производные поля дефектов;

$$D_\mu \boldsymbol{\varphi} = \partial_\mu \boldsymbol{\varphi} - ie A_\mu \boldsymbol{\varphi} + g \mathbf{H}_\mu \times \boldsymbol{\varphi};$$

μ, ν – индексы калибровочного поля A и метрики g .

В (9) \mathbf{H}_i и $\boldsymbol{\varphi}$ есть трехмерные векторы в алгебре $SU(2)$, а потенциал поля $V(\boldsymbol{\varphi})$ должен быть связан с энергией упругости (3) и (7).

В задаче о коалесценции тактоидов в магнитном поле с использованием струнного подхода и теории Киббла – Журека с вортинами [20] также учитывается отсутствие дисклинаций на поверхности капля, соединяющих дефекты на полюсах [21], а если не всплывают на поверхность тактоида, фазовый переход как слияние соседних капель осуществляется с участием поля кручения, ассоциированного с хвостом вортонна, при взаимодействии с внешним магнитным полем \mathbf{f} .

Динамика вортинов описывается уравнением Ландау – Лифшица с диссипацией [22]:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \mathbf{m} \times \mathbf{f} - \alpha_d \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{f}),$$

$$\mathbf{f} \equiv \Delta \mathbf{f} - Q m_z \hat{e}_z, \quad (10)$$

где \mathbf{m} – вектор намагниченности ферромагнетика; Q – свободный параметр.

$$\frac{1}{(\chi H)^4} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right)^2 \sim \alpha_d \left(\frac{1 - \cosh \eta \cos \zeta}{\cosh \eta - \cos \zeta} \right)^2. \quad (11)$$

По соотношению (11) найден критический угол α_c геометрических параметров тактоида α и R (см. рис. 1), соответствующий коалесценции тактоидов в магнитном поле (рис. 6), и критический размер тактоидов (~ 10 нм в направлении главной оси), для которых возможна коалесценция.

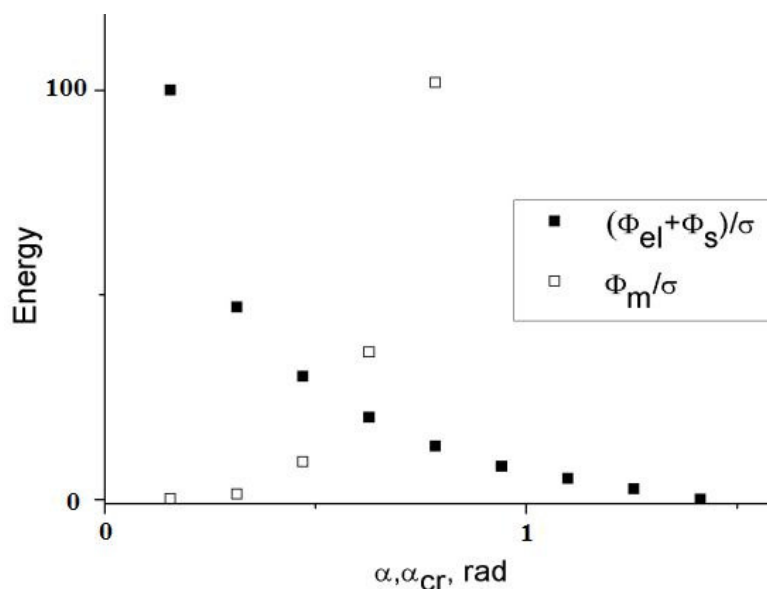


Рис. 6. Конкуренция между магнитной, упругой и поверхностной энергией тактоида, отнесённая к $\sigma = 10^{-3}$ эрг/см²

Fig. 6. Competition between magnetic, elastic and surface energy of a tactoid related to $\sigma = 10^{-3}$ erg/cm²

Кроме того, имеются ссылки на применение теории эволюции топологических дефектов [11], на механизм Киббла – Журека [22], где участвуют структуры типа монополей.

В работе [8] на основе подхода Казначеева [6] с бужумами были построены отношения упругих констант, фазовые диаграммы, отражающие зависимости геометрии капель от угла кручения, одного из

введенных параметров в рамках трактовки теории Ландау – де Жена. Казначеев [6] установил зависимость формы и объема тактоидов от упругой и поверхностной энергии, что дает более подробную информацию, чем «вортонная» модель [20]. Для случая приложенного магнитного поля было установлено [5], что мелкие тактоиды вытягиваются за счет упругих сил, а крупные – за счет магнитных.

Бэйтс [23] выполнил численное моделирование методом Монте-Карло (МК) для тактоидов в полимерной матрице с использованием модели решеточного газа с потенциалом Левболя – Лашера. Он построил температурные зависимости концентрации тактоидного ЛЖК от геометрии тактоида.

Бэйтс, Скачей и Заннони [24] моделировали с МК на решетке переходы между двуосными, одноосными нематиками тактоидной формы и изотропной фазой, включая в решеточную модель все разрешенные симметрией линейные и точечные дефекты.

В [11] и многих других статьях, например [25], на основе теории Ландау – де Жена проведены численные оценки взаимодействий дефектов бужумов с дисклинациями для системы двуосных нематиков.

В [2] представлено моделирование оптических свойств сферических нематических коллоидов с 2-мя полюсами, являющихся частным случаем теории Казначеева в пределе $\alpha \rightarrow 0$. Эти коллоидные частицы интересны для изучения как составные элементы оптических ячеек [3], когда распределение поля директора, сцепление, форма коллоидных частиц ЛЖК и другие геометрические параметры оказывают влияние на оптическое пропускание ячеек и распространение света в них в целом.

Выводы

Точечные дефекты (бужумы, монополи) в нематических золях, проанализированные на примере системы V_2O_5/nH_2O , привлекают внимание исследователей как мотивация развития различных теоретических подходов и создания моделей для описания их взаимодействий с ЖК средой, в которой они локализуются и где индуцируют фазовые трансформации. Эти теории можно разделить на феноменологические (типа Ландау – де Жена) с различными приближениями для геометрических параметров и методы классической и квантовой теории поля. Последние включают параметр порядка дефекта и среды в явном виде, но при вычислениях входящих в него неабелевых компонент также привлекают абелевы проекции, адекватность результатов применения которых должна верифицироваться экспериментами с инвариантными измеряемыми.

Также свойства точечных нетривиальных дефектов могут проявлять себя в прочих структурах ЛЖК, где они присутствуют наравне с линейными дефектами (например, вирус табачной мозаики, композитные системы с нанопроволоками ZnO [26], нанотрубками, гетероструктуры с коллоидными частицами [2], смектиками, двуосными нематиками и пр.), это позволяет косвенно оценивать их эволюцию и свойства, создавать новые предсказательные модели.

Список литературы

1. Соломатин А. С., Беляев В. В. Ориентационные и оптические свойства сферических доменов жидкого кристалла с центральной ориентирующей и внешней неориентирующей поверхностью // Вестник МГОУ. Серия: Физика-математика. 2016. № 4. С. 32–42. <https://doi.org/10.18384/2310-7251-2016-4-32-42>.
2. Optical properties of composite heterophase objects with liquid crystal material for different display applications / V. V. Belyaev, A. S. Solomatin, D. N. Chaurov, D. A. Suarez, A. G. Smirnov, J. D. Kuleshova // Journal of the Society for Information Display. 2017. P. 1–7. <https://doi.org/10.1002/jsid.606>.
3. Belyaev V., Gorbunov A., Solomatin A., Suarez D. Light propagation through composite heterophase objects with liquid crystal material // Procedia Computer Science. 2017. Vol. 103. P. 556–561.
4. Sonin A. S. Inorganic lyotropic liquid crystals // J. Mater. Chem. 1998. Vol. 8. P. 2557–2574.

5. Казначеев А. В., Богданов М. М., Сонин А. С. Влияние энергии сцепления на вытянутую форму тактоидов в лиотропных неорганических жидких кристаллах // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2003. Т. 124, вып. 6(12). С. 1298–1307.
6. Казначеев А. В., Богданов М. М., Тараскин С. А. О природе вытянутой формы тактоидов в лиотропных неорганических жидких кристаллах // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2002. Т. 122, вып. 1. С. 68–75.
7. Prinsen P., van der Schoot P. Shape and director-field transformation of tactoids // *Phys. Rev. E*. 2003. Vol. 68. P. 021701-1–021701-11.
8. Prinsen P., van der Schoot P. Continuous director-field transformation of nematic tactoids // *Eur. Phys. J. E*. 2004. Vol. 13. P. 35–41. <https://doi.org/10.1140/epje/e2004-00038-y>.
9. Prinsen P., van der Schoot P. Parity breaking in nematic tactoids // *J. Phys: Cond. Matter*. 2005. Vol. 16. P. 8835–8850. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/16/49/003>.
10. Kleman M., Lavrentovich O. D. Topological point defects in nematic liquid crystals. *Philosophical Magazine*. 2006. Vol. 86, no. 25–26. P. 4117–4137. <https://doi.org/10.1080/14786430600593016>.
11. Golovaty D., Kim Y.-K., Lavrentovich O. D., Novack M., Sternberg P. Phase transitions in nematics: textures with tactoids and disclinations // *Mathematical Modeling of Natural Phenomena*. 2020. Vol. 15. P. 8-1–8-21. <https://doi.org/10.1051/mmnp/2019034>.
12. Defects in liquid crystals: computer simulations, theory and experiments / ed. O. D. Lavrentovich, P. Pasini, C. Zannoni, S. Zumer. Kluwer Academic Publisher, 2001. 344 p.
13. Монастырский М. И. Топология калибровочных полей и конденсированных сред. М.: ПАИМС, 1995. 478 с.
14. Mermin D. E Pluribus Boojum: the physicist as neologist // *Physics today*. 1981. April. P. 46–53.
15. Volovik G. E., Lavrentovich O. D. Topological dynamics of defects: boojums in nematic drops // *Sov. Phys. JETP*. 1983. Vol. 58(6). P. 1159–1166.
16. Воловик Г. Е. Топологические особенности на поверхности упорядоченной системы // *Письма в ЖЭТФ*. 1978. Т. 28. С. 65–68.
17. Volovik G. E., Mineev V. P. Current in superfluid Fermi liquids and the structure of vortex cores. // *Sov. Phys. JETP*. 1982. Vol. 83. P. 1025–1037.
18. Kurik M. V., Lavrentovich O. D. Monopole structures and shape of drops of smectics-C // *Sov. Phys. JETP*. 1983. Vol. 58 (2). P. 299–307.
19. Williams R. D. Two transitions in tangentially anchored nematic droplets // *J. Phys. A: Math. Gen*. 1986. Vol. 19. P. 3211–3222.
20. El'nikova L. V. Elastic properties of vanadium pentoxide aggregates and topological defects // *J. of Superconductivity and Novel Magnetism*. 2008. Vol. 21. P. 473–478.
21. Balachandran A. P., Lizzi F., Rodgers V. G. J. Topological symmetry breakdown in cholesterics, Nematics, and ^3He . // *Phys. Rev. Lett*. 1994. Vol. 52. P. 1818–1821.
22. Komineas S. Rotating vortex dipoles in ferromagnets // *Phys. Rev. Lett*. 2007. Vol. 99. P. 117202–1–117202-4.
23. Bates M. A. Computer simulation studies of nematic liquid crystal tactoids // *Chem. Phys. Lett*. 2003. Vol. 368. P. 87–93.
24. Bates M. A., Skacej G., Zannoni C. Defects and ordering in nematic coatings on uniaxial and biaxial colloids // *Soft Matter*. 2010. Vol. 6. P. 655–663. <https://doi.org/10.1039/b917180k>.
25. Kim Y.-K., Shiyanovsky S. V., Lavrentovich O. D. Morphogenesis of defects and tactoids during isotropic–nematic phase transition in self-assembled lyotropic chromonic liquid crystals // *J. Phys.: Cond. Matt*. 2013. Vol. 25. P. 404202-1–404202-19.
26. Dierking I., Al-Zangana S. Lyotropic Liquid Crystal Phases from Anisotropic // *Nanomaterials*. 2017. Vol. 7. P. 305-1–305-28. <https://doi.org/10.3390/nano7100305>.

References

1. Solomatin A., Belyaev V. Orientatsionnye i opticheskie svoystva sfericheskikh domenov zhidkogo kristalla s tsentral'noi orientiruyushchei i vneshnei neorientiruyushchei poverkhnost'yu [Orientational and optical properties of liquid-crystal domains bounded by central orienting and surrounding non-orienting surfaces]. *Vestnik MGOU. Seriya: Fizika-matematika = Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2016, no. 4, pp. 32–42. <https://doi.org/10.18384/2310-7251-2016-4-32-42>
2. Belyaev V. V., Solomatin A. S., Chausov D. N., Suarez D. A., Smirnov A. G., Kuleshova J. D. Optical properties of composite heterophase objects with liquid crystal material for different display applications. *Journal of the Society for Information Display*, 2017, no. 1–7. <https://doi.org/10.1002/jsid.606>
3. Belyaev V., Gorbunov A., Solomatin A., Suarez D. Light propagation through composite heterophase objects with liquid crystal material. *Procedia Computer Science*, 2017, vol. 103, pp. 556–561.
4. Sonin A. S. Inorganic lyotropic liquid crystals. *J. Mater. Chem.*, 1998, vol. 8, pp. 2557–2574.
5. Kaznacheev A. V., Bogdanov M. M., Sonin A. S. The influence of anchoring energy on the prolate shape of tactoids in lyotropic inorganic liquid crystals. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2003, vol. 97(6), pp. 1159–1167.
6. Kaznacheev A. V., Bogdanov M. M., Taraskin S. A. The nature of prolate shape of tactoids in lyotropic inorganic liquid crystals. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2002, vol. 95(1), pp. 57–63.
7. Prinsen P., van der Schoot P. Shape and director-field transformation of tactoids. *Phys. Rev. E*, 2003, vol. 68, pp. 021701–1–021701-11
8. Prinsen P., van der Schoot P. Continuous director-field transformation of nematic tactoids. *Eur. Phys. J. E.*, 2004, vol. 13, pp. 35–41. <https://doi.org/10.1140/epje/e2004-00038-y>
9. Prinsen P., van der Schoot P. Parity breaking in nematic tactoids. *J. Phys: Cond. Matter*, 2005, vol. 16, pp. 8835–8850. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/16/49/003>
10. Kleman M., Lavrentovich O. D. Topological point defects in nematic liquid crystals. *Philosophical Magazine*, 2006, vol. 86, no. 25–26, pp. 4117–4137. <https://doi.org/10.1080/14786430600593016>
11. Golovaty D., Kim Y.-K., Lavrentovich O. D., Novack M., Sternberg P. Phase transitions in nematics: textures with tactoids and disclinations. *Mathematical Modeling of Natural Phenomena*, 2020, vol. 15, pp. 8-1–8-21. <https://doi.org/10.1051/mmnp/2019034>
12. Defects in liquid crystals: computer simulations, theory and experiments; ed. O. D. Lavrentovich, P. Pasini, C. Zannoni, S. Zumer. Kluwer Academic Publisher, 2001. 344 p.
13. Monastyrsky M. I. Topologiya kalibrovochnykh polei i kondensirovannykh sred [Topology of Gauge Fields and Condensed Matter]. New-York, Springer, 1993. 372 c.
14. Mermin D. E Pluribus Boojum: the physicist as neologist. *Physics today*, 1981, April, pp. 46–53.
15. Volovik G. E., Lavrentovich O. D. Topological dynamics of defects: boojums in nematic drops. *Sov. Phys. JETP*, 1983, vol. 58(6), pp. 1159–1166.
16. Volovik G. E. Topologicheskie osobennosti na poverkhnosti uporyadochennoi sistemy [Topological singularities on the surface of an ordered system]. *Pis'ma v ZhETF = JETP Letters*, 1978, vol. 28, pp. 59–62.
17. Volovik G. E., Mineev V. P. Current in superfluid Fermi liquids and the structure of vortex cores. *Sov. Phys. JETP*, 1982, vol. 83, pp. 1025–1037.
18. Kurik M. V., Lavrentovich O. D. Monopole structures and shape of drops of smectics-C. *Sov. Phys. JETP*. 1983. V. 58 (2). P. 299–307.
19. Williams R. D. Two transitions in tangentially anchored nematic droplets. *J. Phys. A: Math. Gen.* 1986, vol. 19, pp. 3211–3222.
20. El'nikova L. V. Elastic properties of vanadium pentoxide aggregates and topological defects. *J. of Superconductivity and Novel Magnetism*, 2008, vol. 21, pp. 473–478.

21. Balachandran A. P., Lizzi F., Rodgers V. G. J. Topological symmetry breakdown in cholesterics, nematics, and ^3He . *Phys. Rev. Lett.*, 1994, vol. 52, pp. 1818–1821.
22. Komineas S. Rotating vortex dipoles in ferromagnets. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, vol. 99, pp. 117202–1–117202-4.
23. Bates M. A. Computer simulation studies of nematic liquid crystal tactoids. *Chem. Phys. Lett.*, 2003, vol. 368, pp. 87–93.
24. Bates M. A., Skacej G., Zannoni C. Defects and ordering in nematic coatings on uniaxial and biaxial colloids. *Soft Matter.*, 2010, vol. 6, pp. 655–663. <https://doi.org/10.1039/b917180k>
25. Kim Y.-K., Shiyonovsky S. V., Lavrentovich O. D. Morphogenesis of defects and tactoids during isotropic–nematic phase transition in self-assembled lyotropic chromonic liquid crystals. *J. Phys.: Cond. Matt.*, 2013, vol. 25, pp. 404202-1–404202-19.
26. Dierking I., Al-Zangana S. Lyotropic liquid crystal phases from anisotropic. *Nanomaterials*, 2017, vol. 7, pp. 305-1–305-28. <https://doi.org/10.3390/nano7100305>

Информация об авторах / Information about the Authors

Ельникова Лилия Вячеславовна, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, НИЦ Курчатовский институт, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: elnikova@itep.ru, ORCID: 0000-0003-4525-5755

Liliia V. Elnikova, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Scientific Researcher, NRC Kurchatov Institute, Moscow, Russian Federation, e-mail: elnikova@itep.ru, ORCID: 0000-0003-4525-5755

Беляев Виктор Васильевич, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник управления развития науки, Государственный университет просвещения, г. Мытищи, Российская Федерация, e-mail: vv.belyaev@mgou.ru, ORCID: 0000-0003-0553-9358

Victor V. Belyaev, Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor, Chief Research of Department of Science Development, Federal State University Education, Mytishchi, Russian Federation, e-mail: vv.belyaev@mgou.ru, ORCID: 0000-0003-0553-9358