Оригинальная статья / Original article

УДК 533.98
https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-1-46-58

CC BY 4.0

Силовое взаимодействие пары колец из магнитомягкого ферромагнетика в аксиальном внешнем поле

О. В. Столбов[1]✉, Ю. Л. Райхер[1]

[1] Институт механики сплошных сред, Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук
ул. Академика Королева, д. 1, г. Пермь 614018, Российская Федерация

✉ e-mail: sov@icmm.ru

Резюме

Цель. *Демонстрация возможности повысить силу притяжения между соосными кольцами из магнитомягкого ферромагнетика за счёт профилирования их обращённых друг к другу кромок.*

Методы. *В рамках магнитостатики выполнен численный расчёт распределения магнитного поля в системе двух соосных колец из магнитомягкого ферромагнетика в условиях, когда к этой системе приложено однородное магнитное поле, направленное параллельно оси колец. Такая конструкция является прототипом мягкого захвата или манипулятора для робототехники. На основании расчёта поля определена сила взаимного притяжения колец. На конкретном примере рассмотрены преимущества системы из колец, у которых обращённые друг к другу кромки профилированы (заострены) по сравнению с её аналогом, в котором кольца имеют прямоугольные кромки.*

Результаты. *Показано, что заострение кромок позволяет получить заметный выигрыш в величине силы взаимного притяжения. Определены зависимости указанной силы от расстояния между кольцами и от степени заострения кромок: замена прямоугольного профиля на трапециевидный. Найдено, что преимущества профилированной системы проявляются только в определённых интервалах соответствующих параметров. Так, заострение даёт кратный выигрыш в силе притяжения при узком межкольцевом зазоре (его ширина должна быть много меньше толщины стенки кольца), но проигрывает стандартной системе, если кольца разделены расстоянием порядка их радиуса и более. Зависимость силы притяжения от степени заострения (отношение размеров верхнего и нижнего оснований трапеции) имеет немонотонный характер. При небольшом заострении кромки эта функция быстро растёт, но затем проходит через максимум (положение которого зависит от магнитной восприимчивости материала колец) и начинает падать, когда профиль кромки приближается к треугольному.*

Вывод. *Полученные результаты позволяют оптимизировать силовое взаимодействие в рассмотренной системе. Важно отметить, что профилирование колец не только увеличивает силу взаимного притяжения колец, но и уменьшает количество магнитного материала в конструкции.*

Ключевые слова: *магнитомеханика; магнитостатические силы; метод конечных элементов; прототип манипулятора; клапан; оптимизация проектирования.*

Финансирование: *Работа выполнена в рамках госбюджетной темы № АААА-А20-120020690030-5.*

© Столбов О. В., Райхер Ю. Л., 2024

Конфликт интересов: *Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.*

Для цитирования: Столбов О. В., Райхер Ю. Л. Силовое взаимодействие пары колец из магнитомягкого ферромагнетика в аксиальном внешнем поле // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2024. Т. 14, № 1. С. 46–58. https://doi.org/ 10.21869/2223-1528-2024-14-1-46-58

Поступила в редакцию 30.01.2024 *Подписана в печать 22.02.2024* *Опубликована 26.03.2024*

Forces Between Pair of Rings Made of a Magnetically Soft Ferromagnet in an Axial External Field

Oleg V. Stolbov[1] ✉, Yuriy L. Raikher[1]

[1] Institute of Continuous Media Mechanics, Perm Federal Research Center
of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences
1 Academika Koroleva Str., Perm 614018, Russian Federation

✉ e-mail: sov@icmm.ru

Abstract

Purpose. *Demonstration of the way to enhance the attraction force between coaxial rings made of a magnetically soft ferromagnet by way of profiling their edges facing each other.*
Methods. *In the framework of magnetostatics numerical calculation is carried out for a system of two coaxial rings made of a magnetically soft ferromagnet under conditions when the system is subjected to a uniform magnetic field directed along the rings' axis. Such a design prototypes a soft gripper for robotics. On the basis of the found out field distribution, the force of mutual attraction is evaluated. Using a particular example, the advantages of a system where the ring edges facing each other are profiled (tapered) are considered in comparison with the its analog where the rings have rectangular edges.*
Results. *In is shown that tapering of the edges enables one to acquire a notable gain with respect to the attraction strength. The dependences of the force of the force are calculated on the inter-ring distance and on extent of tapering of the edges: replacement of the rectangular shape by a trapezoid one. It is found that the advantages of the tapered system take place only in certain intervals of the respective parameters. For example, tapering entails an order of magnitude enhancement provided that inter-ring gap is sufficiently narrow (much smaller than the thickness of the ring wall) but it loses to a standard system all its advantage when the rings are separated by a distance of the order of their radius or greater. The dependence of the attraction force on the extent of tapering (the ratio of the upper and lower bases of the trapezium) is non-monotonic. Under a weak tapering, this function grows rapidly, then it passes a maximum (its position depends on the magnetic susceptibility of the ring material) and afterwards goes down when the profile of the edge approaches triangular shape.*
Conclusions. *The obtained results enable one to optimize the force interaction in the system under consideration. It is worth noting that the profiling not only augments the mutual attraction force but as well reduces that amount of magnetic material required for the construction.*

Keywords: *magnetomechanics; magnetostatic forces; finite-element method; prototype of an actuator; valve; design optimization.*

Funding: *The work was carried out within the framework of the state-budget financed theme No. AAAA-A20-120020690030-5.*

Conflict of interest: *The authors declare no apparent or potential conflicts of interest related to the publication of this article.*

For citation: Stolbov O. V., Raikher Yu. L. Forces Between Pair of Rings Made of a Magnetically Soft Ferromagnet in an Axial External Field. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*. 2024; 14(1): 46–58. (In Russ.) https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-1-46-58

Received 30.01.2024 *Accepted 22.02.2024* *Published 26.03.2024*

***

Введение

Для того чтобы между намагниченными телами возникли силы, стремящиеся сместить их центры масс, магнитные поля, создаваемые этими объектами, должны быть пространственно неоднородны. Это утверждение очевидно для притяжения/отталкивания между постоянными магнитами, поскольку каждый из этих объектов несёт собственный магнитный момент, т. е. создаёт вокруг себя поле независимо от того, в каком окружении находится. Но это также справедливо и для случая намагничивающихся тел, которые в отсутствие внешнего поля магнитными моментами не обладают. Последние появляются у таких объектов лишь в результате индукции, т. е. под действием полей сторонних источников. Поэтому магнитостатические силы между телами с индуцированными магнитными моментами существуют только до тех пор, пока имеется внешнее поле, и обращаются в нуль при его исчезновении; это относится к ферромагнитным металлам и сплавам [1] и к ферродиэлектрикам, монолитным [2] и композитным [3].

Подчеркнём, что для появления сил притяжения/отталкивания неоднородное поле должен создавать каждый из объектов рассматриваемой системы, причём эти объекты должны иметь сопоставимые размеры. В тех случаях, когда магнитный объект I несоизмеримо меньше, чем магнитный объект II (классический пример – стрелка компаса в поле Земли), то в масштабе объекта I поле объекта II оказывается с высокой точностью пространственно-однородным. В этой ситуации сила, действующая на центр масс объекта I, отсутствует, и всё действие внешнего поля сводится к возникновению момента сил, стремящегося развернуть магнитный момент объекта I параллельно направлению внешнего поля; с магнитным моментом поворачивается и сам объект. Таким образом, в системе тел, соизмеримых по размерам, магнитные силы провоцируют и трансляционные, и ориентационные смещения, однако при большой разнице в размерах действие (квазиоднородного) поля на меньший объект сводится только к поворотам последнего, его центр масс остаётся неподвижным. Эти общие магнитостатические соображения приведены здесь по той причине, что они имеют прямое отношение к предмету настоящей работы.

Поскольку, как указано, основу магнитостатического силового взаимодействия составляют градиентные поля [4], то для устройств, в которых используются эти силы, или же там, где они возникают как сопутствующий эффект, важна геометрия магнитов и их взаимное расположение [5]. Очевидно, что максимизация силы (при минимальном весе узла) является целью при проектировании: в робототехнике – захватов [6] (в том числе программируемых [7]) и манипуляторов [8], в системах передачи энергии [9] и других подобных магнитомеханических устройствах. Минимизация же магнитных сил требуется в многоэлементных магнитных системах, где механические усилия играют отрицательную роль. Например, в матрицах магнитной памяти для устройств хранения информации [10] или в магнитных экранах [11]. Отдельно отметим вопрос о предотвращении травм, источниками которых являются силы, действующие на протезирующие кольца в кардиосистеме пациента при выполнении МРТ [12].

В настоящей работе рассматривается система, где увеличение силы притяжения магнитов является положительным эффектом. Численное моделирование выполнено для системы, состоящей из соосной пары одинаковых колец из намагничивающегося материала: магнитомягкого ферромагнетика или феррита. Эта кон-

струкция (рис. 1) может служить прототипом захвата/прижима (gripper) или затвора в зависимости от того, предполагается ли приближать кольца друг к другу лишь на конечное расстояние или же приводить их в плотный контакт. Кольца находятся в «вилке» из упругого материала, а эффект захвата обеспечивает однородное магнитное поле, направленное поперёк направляющих «вилки». Из-за того, что материал колец является магнитомягким (намагничивается без гистерезиса), взаимное притяжение колец возникает только в присутствии внешнего поля. При включении поля концы направляющих «вилки» сближаются тем сильнее, чем ниже упругость их материала, и возвращаются в исходное положение, когда поле выключается.

Материалы и методы

Схематизация и постановка задачи

Кольцевая геометрия элементов пары представляется одним из достаточно выгодных вариантов конструкции, поскольку наличие прямоугольных (в сечении) кромок (именно там сосредоточены градиентные поля) гарантирует появление сил притяжения между кольцами. Обозначения геометрических параметров задачи для случая правильных круговых колец, т. е. полых цилиндров, показаны на рисунке 1 (правая панель).

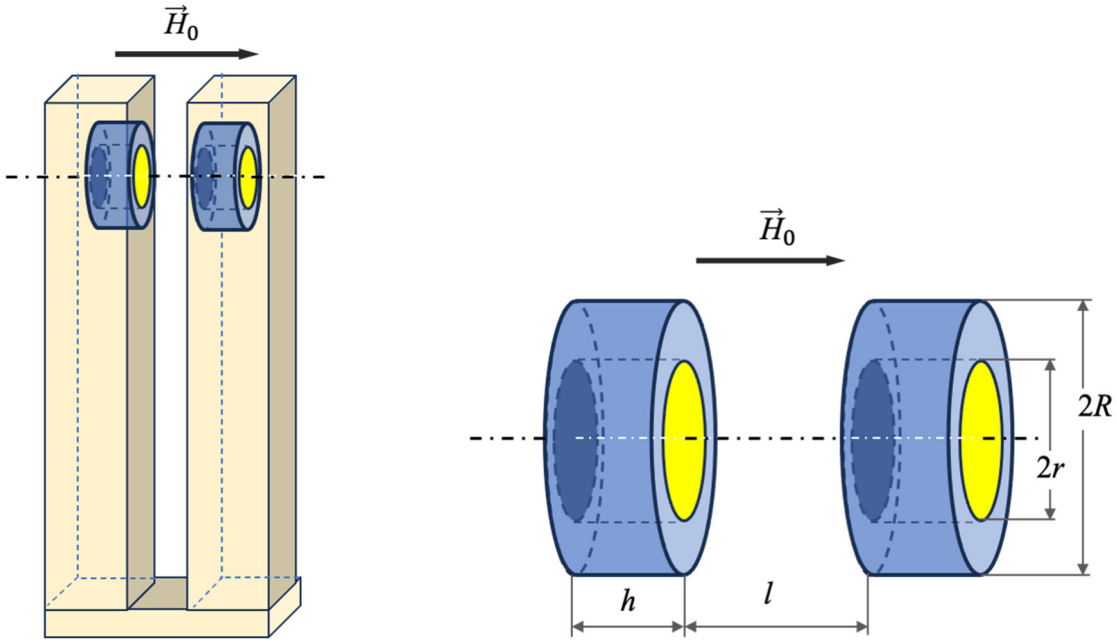

Рис. 1. «Вилка» из пары намагничивающихся колец: слева – схематический вид (для наглядности несущие стержни сделаны полупрозрачными); справа – выбор геометрических параметров для расчёта

Fig. 1. A “fork” structure hosting two magnetizable rings: left – schematic view (for clarity, the supporting rods are made semi-transparent); right – the choice of geometry parameters for the calculation

Целью настоящей работы является демонстрация возможности увеличить силу притяжения между кольцами и при этом уменьшить количество магнитного материала, пошедшего на их изготовление. Выигрыш достигается за счёт изменения («заострения») профиля поверхности на тех границах колец, которыми они обращены навстречу друг другу. Эту конфигурацию показывает рисунок 2. В качестве примера рассматривается пара колец,

у которых с обращённых друг другу навстречу краёв сняты фаски так, что в сечении край имеет форму равнобедренной трапеции с боковыми сторонами длины s (см. рис. 2, вставка).

Материал колец предполагается полностью магнитомягким с изотропной начальной восприимчивостью χ; диапазон полей, для которого производится расчёт, не захватывает участок насыщения, поэтому намагниченность представляется линейным соотношением $\vec{M} = \chi\vec{H}$, где $\vec{H}$ – поле внутри тела кольца. Главная вычислительная трудность задачи – необходимость расчёта полного распределения внутреннего поля, поскольку инженерные формулы, использующие понятие эффективного размагничивающего фактора, не обладают достаточной точностью даже для правильных колец [13]; тем более они непригодны для случая колец с суженным краем.

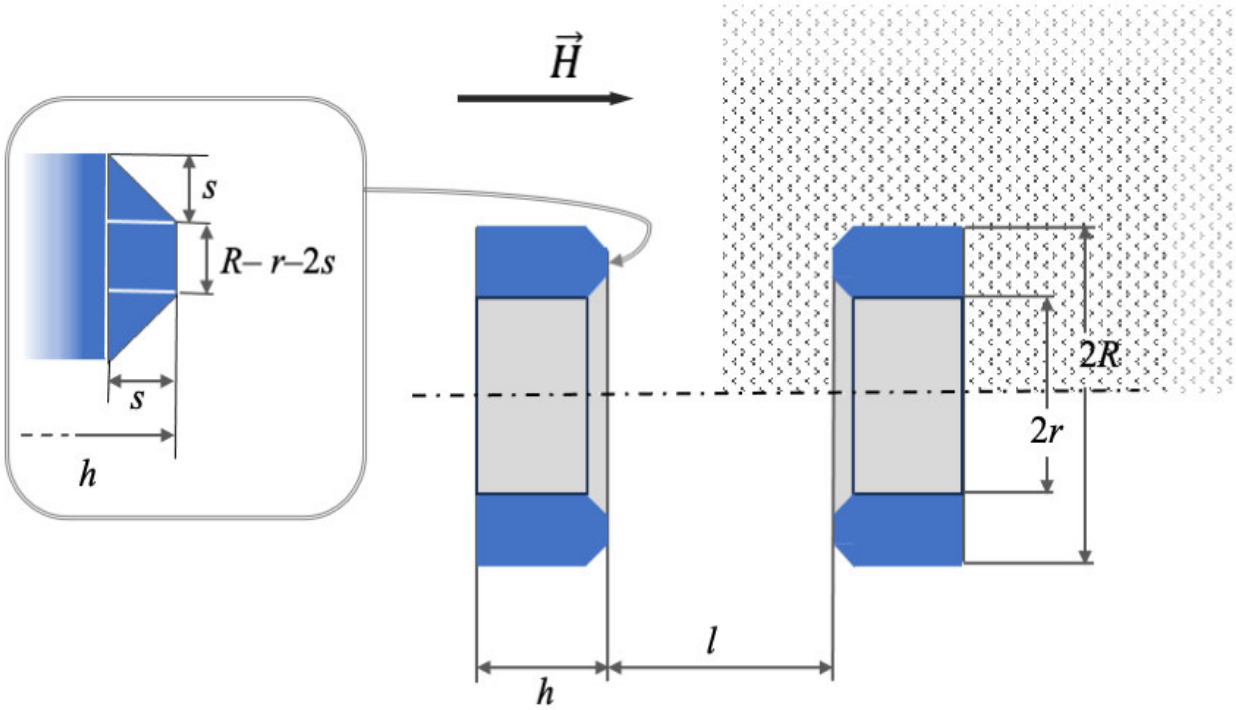

Рис. 2. Схема осевого сечения системы из двух колец с заострёнными краями, обращёнными навстречу друг другу. Указаны обозначения геометрических параметров; фоном обозначена расчётная область осесимметричной задачи. На вставке показаны пропорции заострённого края кольца

Fig. 2. Schematic of the axial cross-section of the set of two rings with tapered edges facing each other. Notations of the geometrical parameters are indicated; the shaded background outlines calculation region of the axisymmetric problem. In the inset the proportions of the tapered edge of the ring are presented

Базовые уравнения задачи

Для описания магнитостатики в отсутствие токов воспользуемся стандартным представлением магнитного поля через скалярный потенциал ψ. Обозначая внешнее однородное поле через $\vec{H}_0$, имеем $\vec{H} = \vec{H}_0 - \nabla\psi$. Вектор магнитной индукции внутри кольца определяется выражением $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$, где $\vec{M}$ – намагниченность материала, который мы будем считать ферродиэлектриком.

Уравнения Максвелла для рассматриваемого случая имеют вид

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0, \quad \operatorname{rot}\vec{H} = 0. \qquad (1)$$

Условия, которым должны удовлетворять магнитные векторы на границах раздела Г магнитной (m) и немагнитной (nm) фаз

$$B_n^{(\mathrm{m})}|_\Gamma = B_n^{(\mathrm{nm})}|_\Gamma, \;\; H_\tau^{(\mathrm{m})}|_\Gamma = H_\tau^{(\mathrm{nm})}|_\Gamma. \quad (2)$$

Здесь нижние индексы обозначают нормальные и касательные компоненты соответственно. В терминах скалярного потенциала уравнения (1) и граничные условия (2) принимают форму

$$\begin{gathered} \Delta\psi = \operatorname{div}\vec{M}, \\ \psi^{(\mathrm{m})}|_\Gamma = \psi^{(\mathrm{nm})}|_\Gamma, \\ \psi|_{\Gamma_{\mathrm{ext}}} = 0, \quad \frac{\partial\psi^{(\mathrm{m})}}{\partial n} - \frac{\partial\psi^{(\mathrm{nm})}}{\partial n} = M_n, \end{gathered} \quad (3)$$

где Δ – оператор Лапласа, а Γ_{ext} – внешняя граница расчётной области, которая на рисунке 2 показана штриховкой; она считается удалённой настолько, что магнитное поле, создаваемое на ней системой колец, пренебрежимо мало.

Численное решение, т. е. определение пространственных распределений магнитных векторов внутри и вне рассматриваемой системы, выполняется посредством минимизации энергетического функционала $\mathcal{F}$. В вариационной формулировке задача (3) принимает вид

$$\delta\mathcal{F} = \int_\Omega \nabla\psi\cdot\nabla\delta\psi\, dV - \int_{\Omega_{\mathrm{m}}} \vec{M}\cdot\nabla\delta\psi\, dV = 0, \quad (4)$$

где Ω – вся расчётная область, а Ω_{m} – область, занимаемая магнитным телом.

Метод численного решения

Осевая симметрия задачи существенно упрощает её решение: расчёт достаточно провести для одной четверти полной области, охватывающей систему; именно она показана на рисунке 2.

Минимизация функционала $\mathcal{F}$ выполнялась методом конечных элементов средствами вычислительной платформы FEniCSx [14] при использовании цилиндрической системы координат (ρ, z), ось которой направлена вдоль центральной оси колец. В этом представлении имеем

$$\psi = \psi(\rho, z), \quad dV = 2\pi\,\rho\, d\rho\, dz. \quad (5)$$

Для обеспечения достаточной точности результатов расчётная сетка (она схематически показана на рисунке 3) имела повышенную плотность вблизи центра системы (область максимальных градиентов поля) и была разреженной на периферии.

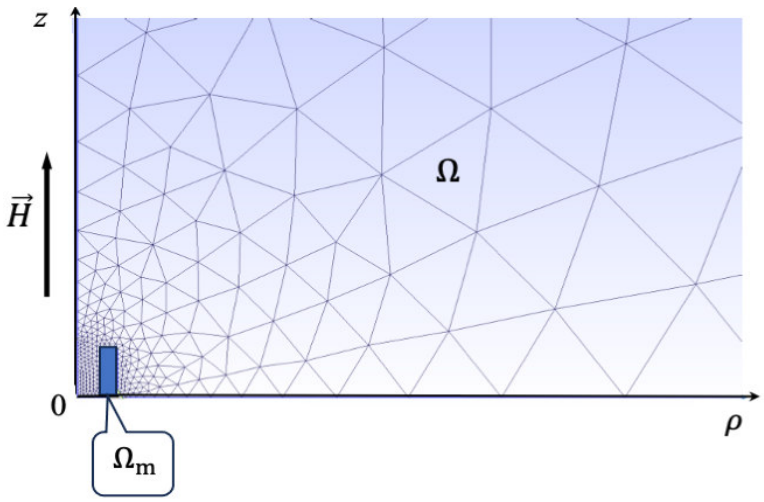

Рис. 3. Фрагмент расчётной сетки, используемой в методе конечных элементов (заострённый край не показан: в масштабе графика эта деталь слишком мала)

Fig. 3. A fragment of the calculational mesh used in the finite-element calculation (the tapered edge is not shown as this detail is too small in the scale of the plot)

Полученное распределение $\psi(\rho, z)$ позволяет найти магнитную энергию кольца:

$$E = -\pi\mu_0 \int_{\Omega_m} \vec{M} \cdot \vec{H}_0 \, \rho d\rho dz, \quad (6)$$

$$\vec{M} = \chi(\vec{H}_0 - \nabla\psi).$$

Для того чтобы найти силу, с которой намагниченные внешним полем $\vec{H}_0$ кольца из магнитомягкого ферродиэлектрика притягивались друг к другу, выполнено численное дифференцирование полученного массива данных согласно

$$F(l) = [E(l + \Delta l) - E(l)]/\Delta l, \quad (7)$$

где l – расстояние между обращёнными друг к другу краями колец (см. рис. 2 и 3).

Результаты и их обсуждение

Пример численного расчёта распределения поля вокруг системы колец иллюстрирует рисунок 4. На нём показаны силовые линии поля магнитной индукции $\vec{B}$ (они непрерывны). Как видно, поля рассеяния (градиенты) сосредоточены в основном в межкольцевом зазоре, который и вносит решающий вклад в силовое взаимодействие колец.

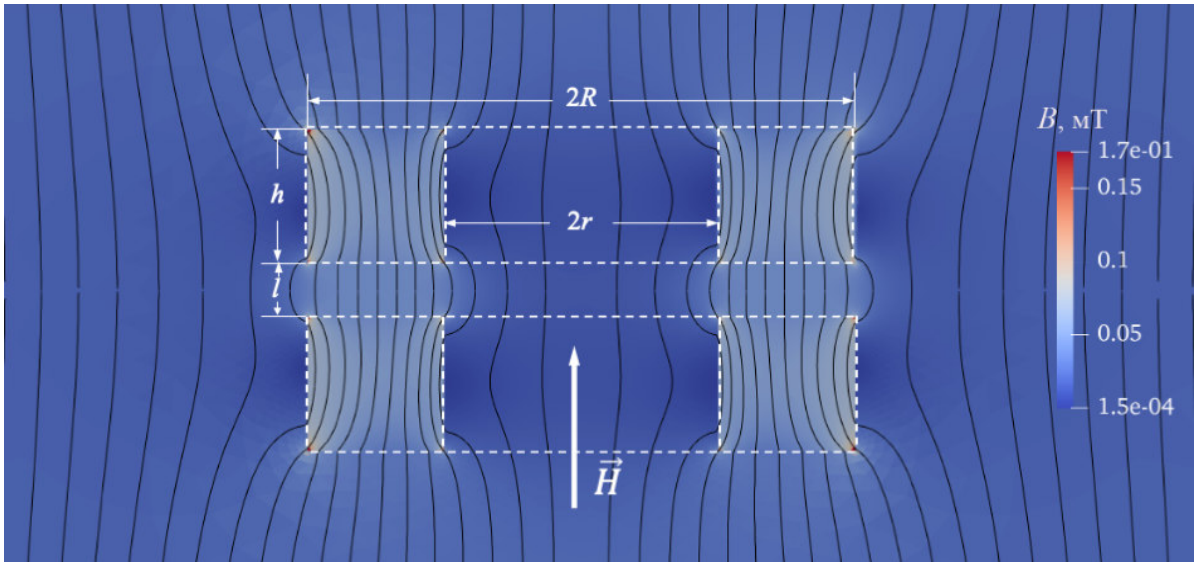

Рис. 4. Пример расчёта методом конечных элементов распределения магнитной индукции для пары соосных колец. Параметры системы: $h = 5$ мм; $R = 10$ мм; $r = 5$ мм; $l = 2$ мм; $s = 0$; магнитная восприимчивость $\chi = 50$; приложенное поле направлено параллельно оси колец, его напряжённость $H_0 = 16$ кА/м

Fig. 4. An example of calculation, by way of finite-element method, of the distribution of the magnetic induction for a pair of coaxial rings. The system parameters are: $h = 5$ mm; $R = 10$ mm; $r = 5$ mm; $l = 2$ mm; $s = 0$; magnetic susceptibility is $\chi = 50$; the applied field with strength is 16 kA/m is directed parallel to the rings' axis

Выбор числовых параметров, использовавшихся в расчёте, определялся следующими соображениями. Типичными примерами магнитомягких ферродиэлектриков являются никель-цинковые и марганец-цинковые ферриты (марки НМ и НН в России) [15] и их зарубежные аналоги, например, MP Proterial [16], 310E и 312E Feroxcube [17]; сюда относятся и ферриты более сложных составов: на основе магния-меди-кобальта [18], никель-цинк-кобальтовых [19], а также допированных цинком в комбинации с редкоземельными элементами [20]. Укажем диапазон полей, при которых намагниченность ферритов изменяется квазилинейно, напомним, что

внешнее поле $\vec{H}_0$ связано с внутренним $\vec{H}$ соотношением $\vec{H} = \vec{H}_0 - \nabla\psi$. Грубая оценка, использующая понятие эффективного размагничивающего фактора N и аппроксимацию закона намагничивания формулой Фрёлиха – Кеннелли [1], позволяет записать максимальное поле в виде $H_0^* = NM_s$, где M_s – намагниченность насыщения феррита.

Полагая, что наружный диаметр кольца равен его высоте ($2R = h$), получаем $N \approx 0{,}3$, что является заведомо заниженным значением по сравнению со случаем более плоских объектов. Тогда для феррита 200НН (число в названии марки – это значение относительной магнитной проницаемости $\mu = 1 + \chi$), для которого $M_s \approx 120$ кА/м, получается $H_0^* \approx 36$ кА/м, а для 2000НН с намагниченностью $M_s \approx 200$ кА/м максимальное поле составляет $H_0^* \approx 60$ кА/м. Результаты, которые приведены далее, рассчитаны при условии $H_0 \ll H_0^*$, т. е. в полях, где намагниченность следует линейному закону.

С целью наглядно продемонстрировать усиление взаимного притяжения колец с профилированными краями после ряда пробных расчётов мы представляем здесь ситуацию, когда внешний диаметр кольца и его высота фиксированы: $R = 10$ мм, $r = 5$ мм и $h = 5$ мм. Варьируемыми величинами являются: напряжённость внешнего поля H_0, зазор между кольцами l и размер s треугольной фаски, обеспечивающий сужение краёв колец, обращённых друг к другу (см. рис. 2).

На рисунке 5 показана зависимость силы взаимного притяжения колец от напряжённости приложенного поля. Поскольку в расчёте предполагается линейный закон намагничивания, а сила притяжения пропорциональна M^2, то кривые, представленные на рисунке 5, вполне ожидаемо имеют параболический профиль, при этом демонстрируя преимущество колец с заострёнными краями по сравнению с прямыми кольцами. Квадратичная зависимость силы от приложенного поля приводит к тому, что разница между силами взаимного притяжения колец с прямыми и профилированными кромками также нарастает с усилением поля.

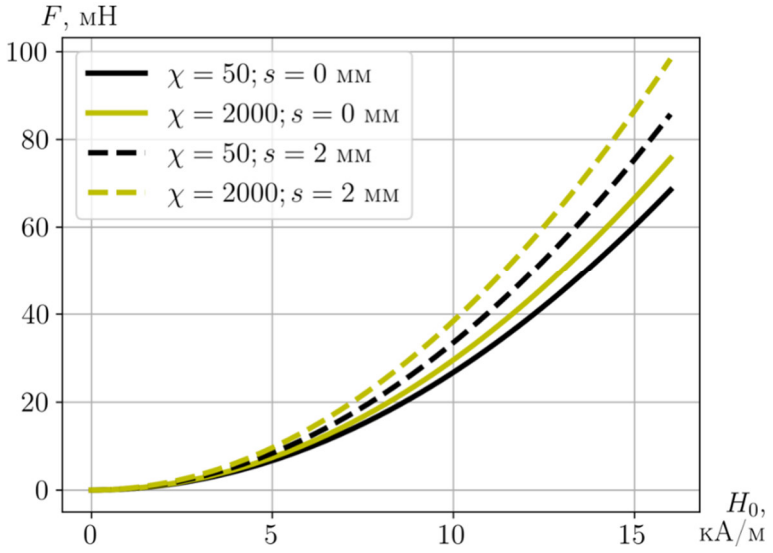

Рис. 5. Зависимость силы взаимного притяжения колец от величины приложенного поля (параметры R, r, h те же, что на рисунке 4; $l = 1$ мм)

Fig. 5. Field dependence of the force of mutual attraction of the rings (parameters R, r, h are the same as in figure 4; $l = 1$ mm)

На рисунке 6 показана зависимость силы притяжения от расстояния между ближними кромками колец. Возрастание этой силы при сближении колец вполне ожидаемо. Однако при этом разница в величине силы между случаями колец с прямыми и профилированными кромками оказывается чрезвычайно значительной. Так, при $l = 0{,}25$ мм кольца с заострённой кромкой притягиваются друг к другу примерно в три раза сильнее. С другой стороны, значение относительной проницаемости, как только выполняется условие $\chi \gg 1$, не слишком сильно влияет на величину силы. Действительно, отличие между χ в 40 раз приводит лишь к разнице в величине магнитной силы не выше 20%.

Профилированные кольца теряют преимущество в силе притяжения, когда расстояние между ними увеличивается. На это указывает инверсия в расположении соответственных кривых на рисунке 6: на его правом краю кривая, соответствующая кольцам с $s \neq 0$, оказывается ниже, чем кривая для $s = 0$, и это различие нарастает с увеличением l, т. е. уже на умеренном удалении ($l{\sim}3$ мм) прямые кольца притягиваются относительно сильнее, чем профилированные. Возникающее пересечение кривых $F(l)$ имеет простое объяснение. В самом деле, на большом расстоянии ($r \gg h$) кольца должны взаимодействовать как точечные диполи в конфигурации «голова–хвост», и величины их магнитных моментов можно оценить как произведение намагниченности на объём MV. Объём профилированного кольца меньше за счёт снятой фаски, и именно поэтому сила притяжения колец с $s = 0$ оказывается выше.

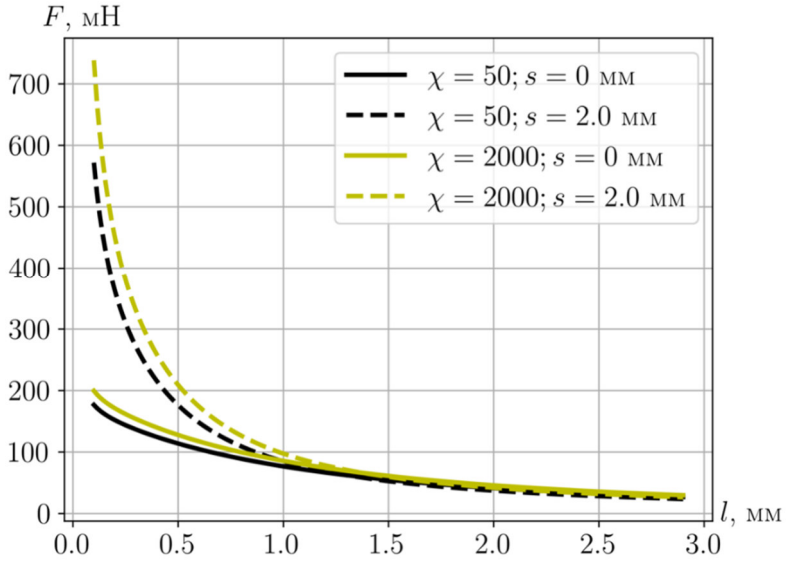

Рис. 6. Зависимость силы взаимного притяжения колец от величины зазора между ними (параметры R, r, h те же, что на рисунке 4; приложенное поле $H_0 = 16$ кА/м)

Fig. 6. Inter-ring gap dependence of the force of mutual attraction of the rings (parameters R, r, h are the same as in figure 4; applied field strength is 16 kA/m)

Эффект усиленного притяжения, продемонстрированный на рисунке 6, детализирует рисунок 7. На нём приведены зависимости силы притяжения колец с профилированными кромками от параметра заострения s. Как следует из рисунка 3, при заданных размерах рассматриваемой системы $s = 2{,}5$ мм означает, что кромки колец не имеют плоской части, их грани наклонены под $\pm 45°$ к оси системы и смыкаются, образуя 90°-грань (гребень).

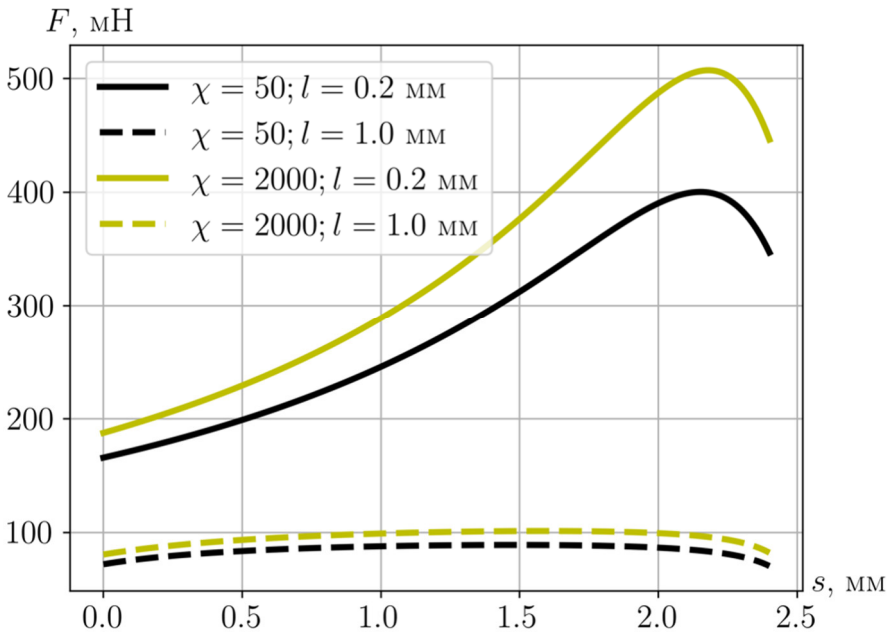

Рис. 7. Зависимость силы взаимного притяжения колец от степени заострения кромки (параметры R, r, h те же, что на рисунке 4; приложенное поле $H_0 = 16$ кА/м)

Fig. 7. The effect of tapering on the force of mutual attraction (parameters R, r, h are the same as in figure 4; the applied field strength is 16 kA/m)

Как показывает рисунок 7, на начальном участке рост s увеличивает силу притяжения по сравнению со случаем прямых колец ($s = 0$). Это приращение оказывается достаточно значительным: ~50% при относительно широком зазоре ($l = 1$ мм) и ~150% при узком ($l = 0{,}2$ мм). Однако ни в одной из рассмотренных ситуаций случай гребня не является оптимальным: максимум силы притяжения всегда соответствует кромке, имеющей трапециевидный профиль, подобный изображённому на вставке к рисунку 3. Конкретное значение оптимального параметра заострения s, как свидетельствуют кривые на рисунке 7, зависит и от магнитных свойств системы, и от её геометрических пропорций.

Выводы

На конкретном примере рассмотрено силовое взаимодействие двух одинаковых соосных колец из магнитомягкого ферромагнетика, находящихся во внешнем однородном поле, параллельном оси системы. В предположении о линейном законе намагничивания выполнен детальный численный расчёт распределения магнитных полей в системе. Из этих данных найдена сила взаимного притяжения, развиваемая кольцами, кромки которых профилированы в форме равнобедренной трапеции, размер верхнего основания которой является изменяемым параметром. Показано, что по сравнению со случаем колец с прямоугольным профилем кромки конструкция с «заострёнными» кромками может дать существенный выигрыш в силе притяжения и при этом требует меньшей массы магнитного материала. Показано, что главные преимущества такой конструкции проявляются при малом зазоре между кольцами.

Отметим, что выполненный расчёт является частным примером использования разработанного программного кода.

Последний позволяет рассчитывать распределение магнитного поля в системе соосных колец при любых значениях геометрических параметров системы. При необходимости код может быть расширен для рассмотрения случаев несимметричного профиля кромок и нелинейного закона намагниченности ферромагнетика.

Список литературы

1. Бозорт Р. Ферромагнетизм. М.: Иностранная литература, 1956. 784 с.

2. Поливанов К. М. Ферромагнетики. Основы теории технического применения. М.: Энергия, 1957. 256 с.

3. Гладков С. О. Физика композитов. Термодинамические и диссипативные свойства. М.: Наука, 1999. 330 с.

4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.

5. Howe D. Magnetic actuators // Sensors and Actuators A: Physical. 2000. Vol. 81. P. 268–274. https://doi.org/10.1016/S0924-4247(99)00174-0.

6. A magneto-active soft gripper with adaptive and controllable motion / X. Li, Z. Zhang, M. Sun [et al.] // Smart Materials and Structures. 2020. Vol. 30. Art. No. 015024. https://doi/org/10.1088/1361-665X/abca0b.

7. Diller D., Sitti M. Three-dimensional programmable assembly by untethered magnetic robotic micro-grippers // Advanced Functional Materials. 2014. Vol. 24. P. 4397–4404. https://doi.org/10.1002/adfm.201400275.

8. Yang Z., Li Z. Magnetic actuation systems for miniature robots: A review // Advanced Intelligent Systems. 2020. Vol. 2. Art. no. 2000082. https://doi.org/10.1002/aisy.202000082.

9. Analysis and design of discrete ferrite rings to improve the efficiency of meter-range wireless gap inductive power transfer system / P. Gu, D. Yang, G. Li [et al.] // IEEE Transactions on Power Electronics. 2023. Vol. 38. P. 11802–11813. https://doi.org/10.1109/TPEL.2023.3288302.

10. Magnetic interaction of submicron-sized ferromagnetic rings in one-dimensional array / T. Miyawaki, K. Toyoda, M. Kohda [et al.] // Applied Physics Letters. 2006. Vol. 89. Art. no. 122508. https://doi.org/ 10.1063/1.2354584.

11. Youssef G., Newacheck S., Lopez M. Mapping magnetoelastic response of terfenol-D ring structure // Applied Physics Letters. 2017. Vol. 110. Art. no. 192408. https://doi.org/10.1063/1.4983202.

12. Assessment of magnetic field induced forces on prosthetic heart valves and annuloplasty rings / M.-B. Edwards, R. J. Ordidge, J. W. Hand [et al.] // J. Magnetic Resonance Imaging. 2005. Vol. 22. P. 311–317. https://doi.org/10.1002/jmri.20373.

13. Peng Q. L., McMurry S. M., Coey J. M. D. Axial magnetic field produced by axially and radially magnetized permanent rings // J. Magnetism and Magnetic Materials. 2004. Vol. 268. P. 165–169. https://doi.org/10.1016/S0304-8853(03)00494-3

14. Logg A., Mardal K.-A., Wells G. Automated solution of differential equations by the finite element method. The FEniCS Book. Springer, 2012. 338 p.

15. Каталог выпускаемой продукции. Астрахань: Изд. АО «Технология магнитных материалов», 2019. 24 с.

16. Catalogue: Ferrite Magnets. Japan, Tokyo: Proterial Ltd., 2023. 74 p.

17. Catalogue: High Permeability Materials. Taiwan, Taipei: Feroxcube Taiwan, 2022. 11 p.

18. Magneto-dielectric properties of Mg–Cu–Co ferrite ceramics: Electrical, dielectric and magnetic properties / L. B. Kong, Z. W. Li, G. Q. Lin, Y. B. Gan // J. American Ceramic Society. 2007. Vol. 90. P. 2104–2112. https://doi.org/10.1111/j.1551-2916.2007.01691.

19. Structural and magnetic properties of Ni-Zn and Ni-Zn-Co ferrites / A. V. Knyazev, I. Zakharchuk, E. Lähderanta [et al.] // J. Magnetism and Magnetic Materials. 2017. Vol. 435. P. 9–14. https://doi.org/ 10.1016/j.jmmm.2017.03.074.

20. Магнитные свойства 3D-нанокомпозитных материалов – опаловая матрица с частицами ферритов-шпинелей / А. Б. Ринкевич, А. В. Королев, М. И. Самойлович [и др.] // Журнал технической физики. 2016. Т. 86. С. 37–45. https://doi/org/10.1134/S1063784216020183.

References

1. Bozort R. M. Ferromagnetism. Toronto, Van Nostrand, 1951. 784 p.

2. Polivanov K. M. Ferromagnetiki. Osnovy teorii tekhnicheskogo primeneniya [Ferromagnets. Basics of Technical Usage]. Moscow, Energiya Publ., 1957. 256 p.

3. Gladkov S. O. Fizika kompozitov. Termodinamicheskie i dissipativnye svoistva [Physics of Composites. Thermodynamic and Dissipative Properties]. Moscow, Nauka Publ., 1999. 330 p.

4. Landau L. D., Lifshitz E. M., Pitaevskii L. P. Electrodynamics of Continuous Media. 2nd ed. New York, Pergamon Press, 1984. 601 p.

5. Howe D. Magnetic actuators. Sensors and Actuators A: Physical, 2000, vol. 81, pp. 268–274. https://doi.org/10.1016/S0924-4247(99)00174-0

6. Li X., Zhang Z., Sun M., Wu H., eds. A magneto-active soft gripper with adaptive and controllable motion. Smart Materials and Structures, 2020, vol. 30, art. no. 015024. https://doi/org/10.1088/1361-665X/abca0b

7. Diller D., Sitti M. Three-dimensional programmable assembly by untethered magnetic robotic micro-grippers. *Advanced Functional Materials*, 2014, vol. 24, pp. 4397–4404. https://doi.org/10.1002/adfm.201400275

8. Yang Z., Li Z. Magnetic actuation systems for miniature robots: A review. Advanced Intelligent Systems, 2020, vol. 2, art. no. 2000082. https://doi.org/10.1002/aisy.202000082

9. Gu P., Yang D., Li G., eds. Analysis and design of discrete ferrite rings to improve the efficiency of meter-range wireless gap inductive power transfer system. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2023, vol. 38, pp. 11802–11813. https://doi.org/10.1109/TPEL.2023.3288302

10. Miyawaki T., Toyoda K., Kohda M., eds. Magnetic interaction of submicron-sized ferromagnetic rings in one-dimensional array. *Applied Physics Letters*, 2006, vol. 89, art. no. 122508. https://doi.org/10.1063/1.2354584

11. Youssef G., Newacheck S., Lopez M. Mapping magnetoelastic response of terfenol-D ring structure. *Applied Physics Letters*, 2017, vol. 110, art. no. 192408. https://doi.org/10.1063/ 1.4983202

12. Edwards M.-B., Ordidge R. J., Hand J. W., eds. Assessment of magnetic field induced forces on prosthetic heart valves and annuloplasty rings. *J. Magnetic Resonance Imaging*, 2005, vol. 22, pp. 311–317. https://doi.org/10.1002/jmri.20373

13. Peng Q. L., McMurry S. M., Coey J. M. D. Axial magnetic field produced by axially and radially magnetized permanent rings. *J. Magnetism and Magnetic Materials*, 2004, vol. 268, pp. 165–169. https://doi.org/10.1016/S0304-8853(03)00494-3

14. Logg A., Mardal K.-A., Wells G. Automated solution of differential equations by the finite element method. The FEniCS Book. Springer, 2012. 338 p.

15. Katalog vypuskaemoi produktsii [Production Catalogue]. Astrakhan, JSC “Technology of Magnetic Materials”, 2019. 24 p.

16. Catalogue of Ferrite Magnets. Japan, Tokyo, Proterial Ltd., 2023. 74 p.

17. Catalogue: High Permeability Materials. Taiwan, Taipei, Feroxcube Taiwan, 2022. 11 p.

18. Kong L. B., Li Z. W., Lin G. Q., Gan Y. B. Magneto-dielectric properties of Mg–Cu–Co ferrite ceramics: Electrical, dielectric and magnetic properties. *J. American Ceramic Society*, 2007, vol. 90, pp. 2104–2112. https://doi.org/10.1111/j.1551-2916.2007.01691.x

19. Knyazev A. V., Zakharchuk I., Lähderanta E., eds. Structural and magnetic properties of Ni-Zn and Ni-Zn-Co ferrites. *J. Magnetism and Magnetic Materials*, 2017, vol. 435, pp. 9–14. https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2017.03.074

20. Rinkevich A. B., Korolyov A. V., Samoylovich M. I., eds. Magnetic properties of 3D nanocomposite materials: opal matrices with ferrite-spinel particles. *Technical Physics*, 2016, vol. 61, pp. 194–201. https://doi.org/10.1134/S1063784216020183

Информация об авторах / Information about the Authors

Столбов Олег Валерьевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории динамики дисперсных систем, Институт механики сплошных сред, Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь, Российская Федерация,
e-mail: sov@icmm.ru,
ORCID: 0000-0001-9088-7909

Райхер Юрий Львович, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник лаборатории динамики дисперсных систем, Институт механики сплошных сред, Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь, Российская Федерация,
e-mail: raikher@icmm.ru,
ORCID: 0000-0002-6167-6528

Oleg V. Stolbov, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Senior Researcher at the Laboratory of Disperse Systems Dynamics, Institute of Continuous Media Mechanics, Perm Federal Research Center of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm,
Russian Federation,
e-mail: sov @icmm.ru,
ORCID: 0000-0001-9088-7909

Yuriy L. Raikher, Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Chief Researcher at the Laboratory of Dynamics of Disperse Systems, Institute of Continuous Media Mechanics, Perm Federal Research Center of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm, Russian Federation,
e-mail: raikher@icmm.ru,
ORCID: 0000-0002-6167-6528