

УДК 532.7+537.84

<https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-3-40-51>

## О зависимости термического модуля упругости двухкомпонентной магнитной жидкости от частоты, концентрации и магнитного поля

А. К. Зарифзода<sup>1✉</sup>, Ю. К. Бозорова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Физико-технический институт им. С. У. Умарова Национальной академии наук Таджикистана  
пр. Айни, д. 299/1, г. Душанбе 734063, Таджикистан

<sup>2</sup> Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни  
пр. Рудаки, д. 121, г. Душанбе 734003, Таджикистан

✉ e-mail: afzal.z@mail.ru

### Резюме

**Цель.** Исследование зависимости термического модуля упругости двухкомпонентной магнитной жидкости от величины напряженности магнитного поля, частоты внешнего возмущения и объемной концентрации магнитных частиц.

**Метод** исследования основан на кинетической теории жидких систем. На основе ранее построенных кинетических уравнений для одночастичной и двухчастичной функций распределения и микроскопического выражения вектора потока тепла получено явное динамическое выражение термического модуля упругости магнитных жидкостей. В быстропотекающих процессах в жидкостях перенос тепла протекает волнообразно и их распространение аналогично распространению второго звука в гелии II. Термический модуль упругости в жидкостях проявляется при высоких частотах и обеспечивает распространению второго звука. Выражение термического модуля упругости состоит из потенциальной и кинетической частей, учитывающих соответственно структурные и трансляционные релаксационные процессы. Для исследования термоупругих свойств магнитных жидкостей для каждой подсистемы выбраны соответствующие выражения потенциальных энергий взаимодействия, позволяющие провести численные расчеты.

**Результаты.** Проведены численные расчеты частотной и концентрационной зависимости динамического термического модуля упругости при наличии внешнего магнитного поля в магнитной жидкости на основе керосина. Результаты расчетов показывают, что увеличение воздействия внешнего возмущения приводит к нелинейному возрастанию термического модуля упругости в магнитной жидкости. Рост объемной концентрации магнитных частиц и увеличение значения напряженности магнитного поля также привели к нелинейному возрастанию термического модуля упругости в магнитной жидкости.

**Заключение.** Установлено, что вследствие учета трансляционной и структурных релаксационных процессов область частотной дисперсии термического модуля упругости получается широкой. Проведенные численные расчеты при различных значениях внешнего магнитного поля и объемной концентрации магнитных частиц показали, что хотя увеличение магнитного поля и концентрации магнитных частиц приводит к возрастанию термического модуля упругости, их рост на изменение области частотной дисперсии не влияет.

**Ключевые слова:** магнитная жидкость; термический модуль упругости; магнитное поле; концентрация; частота; релаксация.

**Конфликт интересов:** Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

**Для цитирования:** Зарифзода А. К., Бозорова Ю. К. О зависимости термического модуля упругости двухкомпонентной магнитной жидкости от частоты, концентрации и магнитного поля // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2024. Т. 14, № 3. С. 40–51. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-3-40-51>

Поступила в редакцию 20.06.2024

Подписана в печать 30.07.2024

Опубликована 24.09.2024

## On the dependence of the thermal module of elasticity of a two-component magnetic fluid on frequency, concentration and magnetic field

Afzalshoh Q. Zarifzoda<sup>1</sup> ✉, Yulduzhon K. Bozorova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> S.U. Umarov Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan  
299/1 Aini Ave., Dushanbe 734063, Tajikistan

<sup>2</sup> S. Aini Tajik State Pedagogical University  
121 Rudaki Ave., Dushanbe 734003, Tajikistan

✉ e-mail: afzal.z@mail.ru

### Abstract

**Purpose.** Study of the dependence of the thermal modulus of elasticity of a two-component magnetic fluid on the magnitude of the magnetic field strength, the frequency of external disturbance and the volumetric concentration of magnetic particles.

**Method.** The research method is based on the kinetic theory of liquid systems. Based on previously constructed kinetic equations for one-particle and two-particle distribution functions and a microscopic expression for the heat flux vector, an explicit dynamic expression for the thermal modulus of elasticity of magnetic fluids is obtained. In fast processes in liquids, heat transfer occurs in waves and their propagation is similar to the propagation of second sound in helium II. The thermal modulus of elasticity in liquids appears at high frequencies and ensures the propagation of second sound. The expression for the thermal modulus of elasticity consists of potential and kinetic parts, taking into account structural and translational relaxation processes, respectively. To study the thermoelastic properties of magnetic fluids, appropriate expressions of potential interaction energies were selected for each subsystem, allowing for numerical calculations.

**Results.** Numerical calculations of the frequency and concentration dependence of the dynamic thermal modulus of elasticity in the presence of an external magnetic field in a kerosene-based magnetic fluid were carried out. The calculation results show that an increase in the influence of external disturbances leads to a nonlinear increase in the thermal modulus of elasticity in the magnetic fluid. An increase in the volume concentration of magnetic particles and an increase in the magnetic field strength also led to a nonlinear increase in the thermal modulus of elasticity in the magnetic fluid.

**Conclusion.** It has been established that, due to taking into account translational and structural relaxation processes, the region of frequency dispersion of the thermal elastic modulus is wide. Numerical calculations carried out at different values of the external magnetic field and the volume concentration of magnetic particles showed that although an increase in the magnetic field and concentration of magnetic particles leads to an increase in the thermal modulus of elasticity, their increase does not affect the change in the frequency dispersion region.

**Keywords:** magnetic fluid; thermal modulus of elasticity; magnetic field; concentration; frequency; relaxation.

**Conflict of interest:** The authors declare no apparent or potential conflicts of interest related to the publication of this article.

**For citation:** Zarifzoda A.Q., Bozorova Y. K On the dependence of the thermal module of elasticity of a two-component magnetic fluid on frequency, concentration and magnetic field. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tehnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*. 2024;14(3):40–51. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2024-14-3-40-51>

Received 20.06.2024

Accepted 30.07.2024

Published 24.09.2024

\*\*\*

## Введение

В последние несколько десятилетий жидкости широко используются в различных областях техники и технологии в качестве теплоносителя. Их интенсивно используют в качестве теплообменников, систем охлаждения и преобразователей энергии. Известно, что обычные жидкости не обладают большой теплопроводностью, и это ограничивает их более широкое применение в технологии. В последние десятилетия большое внимание привлекают так называемые дисперсные наножидкости, которые состоят из смеси твердых наночастиц и несущей жидкости. В экспериментальных работах [1] и [2] показано, что включение твердых наночастиц в несущие жидкости приводит к аномальному изменению их тепловых свойств. Например, экспериментальные исследования, проведенные в [3] и [4], показали, что небольшая добавка наночастиц меди или углеродных нанотрубок в этиленгликоль или масло увеличивает их теплопроводность на 40 и 150% соответственно. Теоретическое объяснение таких аномальных эффектов в наносuspensions требует учета сложных внутренних релаксационных процессов. Для этой цели, например, используется модель броуновского движения [5], эффект агрегации и кластеризации наночастиц [6], межфазное сопротивление [7] и некоторые другие модели [8].

Среди всех разнообразных наножидкостей самыми интересными являются магнитные жидкости, которые представляют коллоидные системы из магнитных наночастиц, суспендированных в дисперсионной среде. Благодаря намагничивае-

мости магнитных жидкостей, как показано в работах [9] и [10], их тепловые свойства легко можно настраивать внешним магнитным полем. Магнитные жидкости как уникальные технологические материалы уже широко используются в технике для быстрого отвода тепла [11], в динамических системах в качестве теплообменников [12], преобразователей энергии [13].

Теоретическому и экспериментальному исследованию явления теплопроводности в магнитных жидкостях посвящено большое количество работ. Однако в этих работах выражение коэффициента теплопроводности является статическим, и в них релаксационные процессы не рассматриваются. Также задача определения термического модуля упругости, которое проявляется при высоких частотах, остается нерешенным.

Теоретическое исследование термоупругих свойств магнитных жидкостей на основе метода неравновесной статистической теории позволяет получить полную динамическую картину упругих свойств и явлений переноса в магнитных жидкостях, а также позволяет оценить вклады внутренних структурных и трансляционных релаксационных процессов в формировании физических свойств магнитных жидкостей.

Исследование термоупругих свойств магнитных жидкостей при высоких частотах требует знания динамического термического модуля упругости, которое является причиной распространения второго звука при высоких частотах в жидкостях. Настоящая работа посвящена исследованию зависимости термического модуля упругости от частоты и напряженности

внешнего магнитного поля в магнитных жидкостях.

### Материалы и методы

Рассмотрим принятую в работах [14] и [15] модель, согласно которой магнитная жидкость рассматривается как бинарная система, состоящая из суммы частиц магнитного материала  $N_f$  и жидкой основы  $N_s$ . В магнитной подсистеме ферро-частицы принимаются как сферические однодоменные частицы, покрытые поверхностно-активным веществом. Присутствие защитной оболочки в дальнейшем при расчетах учитывается отталкивательной частью потенциала Леннарда – Джонса. В этих работах показано, что, если размеры и массы частиц магнитной и

молекулярной подсистемы сильно различаются, в кинетических уравнениях интегралы прямых соударений намного больше перекрестных, не учитывая последнего, можно получить независимые системы кинетических уравнений для одночастичных и двухчастичных функций распределения подсистем магнитной жидкости. Из этих кинетических уравнений получаются уравнения двухжидкостной гидродинамики.

В [16] из микроскопического выражения для компонентов вектора потока тепла  $S_i^a(\mathbf{q}_1, \mathbf{r}, t)$ , входящего в состав уравнения гидродинамики, получено динамическое выражение термического модуля упругости магнитных жидкостей, которое имеет вид

$$Z(\omega) = \sum_{i=f,s} \left[ \frac{5 n_i k^2 T (\omega \tau_{li})^2}{2 m_i 1 + (\omega \tau_{li})^2} + \frac{n_i^2 \sigma_i^3 \omega}{12\pi} \left( \int_0^\infty \Phi_{li}(r_i) dr_i \int_0^\infty \Theta_{2i}(r_i, r_{li}, \omega) A_{li}(r_{li}) dr_{li} + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_0^\infty \Phi_{2i}(r_i) dr_i \int_0^\infty \Theta_{2i}(r_i, r_{li}, \omega) A_{2i}(r_{li}) r_{li} dr_{li} \right) \right] + \frac{n_f^2 \sigma_f^3 \mu_0 m H \omega}{36\pi \beta_f} \times \\ \times \int_0^\infty \Phi_{1f}(r) dr \int_0^\infty \Theta_{2f}(r, r_{1f}, \omega) \left( \frac{\partial g_f(r_{1f})}{\partial T} \right)_p dr_{1f}, \quad (1)$$

$$\text{где } \Phi_{li}(r_i) = 3 \left( \Phi_i(r_i) - \frac{1}{3} r_i \frac{d\Phi_i(r_i)}{dr_i} \right);$$

$$\Phi_{2i}(r_i) = \Phi_i(r_i) - r_i \frac{d\Phi_i(r_i)}{dr_i};$$

$$A_{li}(r_{li}) = \frac{kT_0}{\beta_i} \left( \frac{\partial g_i(r_{li})}{\partial T} \right)_p;$$

$$A_{2i}(r_{li}) = -\frac{2kT_0}{\beta_i} g_i(r_{li}) \frac{\partial}{\partial r_{li}} \left( \frac{\partial \ln g_i(r_{li})}{\partial T} \right)_p;$$

$$\Theta_{2i}(r_i, r_{li}, \omega) = -\frac{(\omega \tau_{0i})^{-1/2}}{4\pi r_i r_{li}} \times \\ \times \left[ e^{-\Phi_{li}} (\sin \Phi_{li} + \cos \Phi_{li}) - e^{-\Phi_{2i}} (\sin \Phi_{2i} + \cos \Phi_{2i}) \right];$$

$$\Phi_{(12)i} = (\omega \tau_{0i})^{1/2} (r_i \mp r_{li});$$

$m_i$ ,  $n_i$ ,  $\sigma_i$  – масса, числовая плотность и диаметр частиц соответствующей подсистемы;  $k$  – постоянная Больцмана;

$m$  – магнитный момент феррочастицы;  $H$  – внешнее магнитное поле.

Согласно (1) каждая подсистема вносит аддитивный вклад в изменение свойств системы и формирование термического модуля упругости магнитной жидкости. В выражении (1) содержатся

$$\text{времена релаксации } \tau_{li} = \frac{m_i}{2\beta_i} \text{ и } \tau_{0i} = \frac{\beta_i \sigma_i^2}{2kT}.$$

Характерные величины  $\tau_{li}$  определяют трансляционную релаксацию векторов потока тепла подсистем магнитной жидкости, а процесс структурной релаксации характеризуется их временами  $\tau_{0i}$ , содержащимися в функции  $\Theta_{2i}(r, r_{li}, \omega)$ .

В (1) содержатся потенциальные энергии взаимодействия частиц подси-

стемы магнитной жидкости  $\Phi_i(r_i)$  и соответствующие радиальные функции распределения  $g_i(r_{1i})$ . Следовательно, чтобы провести численные расчеты, необходимо иметь явные выражения для функций  $\Phi_i(r_i)$  и  $g_i(r_{1i})$ .

Потенциальную энергию взаимодействия частиц жидкости-носителя выбираем в виде потенциала Штокмайера:

$$\Phi_s(\mathbf{r}) = \Phi_s^{L-J}(r) + \Phi^{pp}(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $\Phi_s^{L-J}(r) = 4\epsilon_s(r^{-12} - r^{-6})$ ;

$$\Phi^{pp}(\mathbf{r}) = \frac{p^2}{4\pi\epsilon_0\sigma_s^3} \left[ \frac{(\mathbf{e}_a \mathbf{e}_b)}{r_{ab}^3} - \frac{3(\mathbf{e}_a \mathbf{r}_{ab})(\mathbf{e}_b \mathbf{r}_{ab})}{r_{ab}^5} \right].$$

Для учета диполь-дипольного взаимодействия магнитных частиц во внешнем магнитном поле и их взаимного отталкивания за счет присутствия поверхностно-активного слоя потенциальную энергию взаимодействия магнитной подсистемы выбираем в виде суммы потенциала Леннарда – Джонса, диполь-дипольного взаимодействия и потенциальной энергии взаимодействия магнитных частиц с внешним магнитным полем:

$$\Phi_f(\mathbf{r}, \mathbf{H}) = \Phi_f^{L-J}(r) + \Phi^{mm}(\mathbf{r}) + \Phi^H(\mathbf{H}), \quad (3)$$

где  $\Phi_f^{L-J}(r) = 4\epsilon_f(r^{-12} - r^{-6})$ ;

$$\Phi^{mm}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 m^2}{4\pi\sigma_f^3} \left[ \frac{(\mathbf{e}_a \mathbf{e}_b)}{r_{ab}^3} - \frac{3(\mathbf{e}_a \mathbf{r}_{ab})(\mathbf{e}_b \mathbf{r}_{ab})}{r_{ab}^5} \right];$$

$$\Phi^H(\mathbf{H}) = -\mu_0 \mathbf{m} \mathbf{H}.$$

Переходя в сферическую систему координат, выражения диполь-дипольных потенциальных энергий приведем к виду

$$\Phi^{dd}(r, \theta_a, \theta_b, \varphi_a - \varphi_b) = -A^d \frac{d^2}{r^3} \times (2 \cos \theta_a \cos \theta_b - \sin \theta_a \sin \theta_b \cos(\varphi_a - \varphi_b)), \quad (4)$$

где при  $d = p$   $A^p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\sigma_s^3}$ , при  $d = m$

$$A^m = \frac{\mu_0}{4\pi\sigma_f^3}.$$

С целью упрощения для двух ближайших частиц момент первой частицы принимаем вдоль радиуса-вектора, соединяющего ее со второй частицей. Соответственно, в (4), положив  $\theta_a = 0$ ,  $\theta_b = \theta$ , (рис. 1), энергию взаимодействия двух диполей выражаем в виде

$$\Phi^{dd}(r, \theta) = -A^d \frac{d^2}{r^3} \cos \theta.$$

Аналогично, направляя вектор напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  параллельно оси  $z$  системы, для потенциальной энергии взаимодействия феррочастиц с внешним магнитным полем получим

$$\Phi^H(H, \theta) = -\mu_0 m H \cos \theta.$$

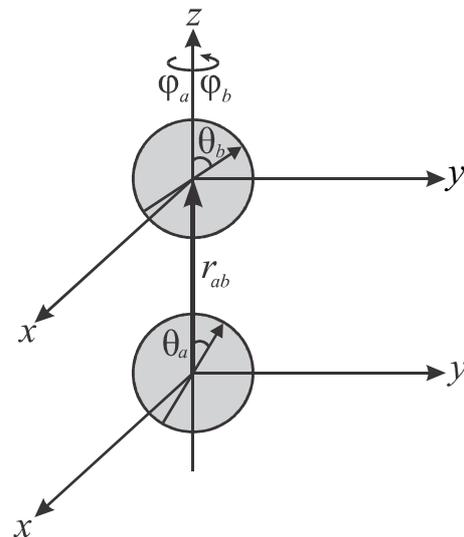


Рис. 1. Схематическое представление взаимодействия двух диполей в сферической системе координат

Fig. 1. Schematic representation of the interaction of two dipoles in a spherical coordinate system

Радиальные функции распределения подсистем в соответствии с [17] представим в виде

$$g_s(r, n_s, T) = y_s(\rho^*) \exp[-\Phi_s(\mathbf{r}) / kT];$$

$$g_f(r, T, H) = \exp[-\Phi_f(\mathbf{r}, \mathbf{H}) / kT]. \quad (5)$$

В магнитной жидкости всегда выполняется условие  $n_s \gg n_f$ , поэтому, принимая молекулярную подсистему как систему с плотноупакованными твердыми частицами, контактную функцию  $y_s(\rho^*)$  выбираем в виде функции Карнахана –

Старлинга:  $y_s(\rho^*) = (2 - \rho_s^*) / 2(1 - \rho_s^*)^3$ , где  $\rho_s^* = \pi\sigma_s^3 n_s / 6$ .

Таким образом, учитывая подстановку выражений (2)–(5) в (1), для термического модуля упругости получим следующее выражение, удобное для проведения численных расчетов:

$$Z(\omega) = \sum_{i=f,s} \left[ \frac{5 n_i k^2}{2 m_i} \frac{T(\omega\tau_{1i})^2}{1 + (\omega\tau_{1i})^2} + 4\varepsilon_i n_i^2 \sigma_i^3 \int_0^\infty ((5r_i^{-10} - 3r_i^{-4})I_{1i} + (13r_i^{-10} - 7r_i^{-4})I_{2i}) dr_i \right], \quad (6)$$

$$\text{где } I_{1s} = \frac{2}{\beta_s T} \int_0^r \Theta_{2s}(r_s, r_{1s}, \omega) \exp\left[-\frac{\Phi_s^{L-J}}{kT}\right] \left[ 8\pi\varepsilon_s (r_{1s}^{-10} - r_{1s}^{-4}) \frac{\text{sha}_s}{a_s} - \frac{p^2}{\varepsilon\varepsilon_0\sigma_s^3 r_{1s}} \left( \frac{\text{cha}_s}{a_s} - \frac{\text{sha}_s}{a_s^2} \right) \right] dr_{1s};$$

$$I_{2s} = \frac{3}{\beta_s kT^2} \int_0^r \Theta_{2s}(r_s, r_{1s}, \omega) \exp\left[-\frac{3\Phi_s^{L-J}}{kT}\right] \left[ 256\pi\varepsilon_s^2 (r_{1s}^{-11} + 3r_{1s}^{-17} - 2r_{1s}^{-23}) \frac{\text{sh}(3a_s)}{3a_s} + \right. \\ \left. + \frac{32\varepsilon_s p^2}{\varepsilon\varepsilon_0\sigma_s^3} (2r_{1s}^{-14} - r_{1s}^{-8}) \left( \frac{\text{ch}(3a_s)}{3a_s} - \frac{\text{sh}(3a_s)}{(3a_s)^2} \right) + \frac{16\varepsilon_s p^2}{\varepsilon\varepsilon_0\sigma_s^3} (r_{1s}^{-14} - r_{1s}^{-8}) \left( \frac{\text{ch}(3a_s)}{3a_s} - \frac{\text{sh}(3a_s)}{(3a_s)^2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{p^4}{\pi\varepsilon\varepsilon_0\sigma_s^3 r_{1s}^5} \left( \frac{4\text{ch}(3a_s)}{(3a_s)^2} - \frac{4 + 18a_s^2}{27a_s^3} \text{sh}(3a_s) \right) \right] dr_{1s};$$

$$I_{1f} = \frac{2}{\beta_f T} \int_0^r \Theta_{2f}(r_f, r_{1f}, \omega) \exp\left[-\frac{\Phi_f^{L-J}}{kT}\right] \left( 1 + \frac{\mu_0 m H}{3kT} \right) \left[ 8\pi\varepsilon_f (r_{1f}^{-10} - r_{1f}^{-4}) \frac{\text{sha}_f}{a_f} - \right. \\ \left. - \frac{\mu_0 m^2 r_{1f} + 2\pi\mu_0 m H \sigma_f^3}{\sigma_f^3 r_{1f}^2} \left( \frac{\text{cha}_f}{a_f} - \frac{\text{sha}_f}{a_f^2} \right) \right] dr_{1f};$$

$$I_{2f} = \frac{3}{\beta_f kT^2} \int_0^r \Theta_{2f}(r_f, r_{1f}, \omega) \exp\left[-\frac{3\Phi_f^{L-J}}{kT}\right] \left[ 256\pi\varepsilon_f^2 (r_{1f}^{-11} + 3r_{1f}^{-17} - 2r_{1f}^{-23}) \frac{\text{sh}(3a_f)}{3a_f} + \right. \\ \left. + \frac{32\varepsilon_f \mu_0 m}{\sigma_f^3} (m + 2\pi H \sigma_f^3 r_{1f}^3) (2r_{1f}^{-14} - r_{1f}^{-8}) \left( \frac{\text{ch}(3a_f)}{3a_f} - \frac{\text{sh}(3a_f)}{(3a_f)^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{16\varepsilon_f \mu_0 m^2}{\sigma_f^3} (r_{1f}^{-14} - r_{1f}^{-8}) \left( \frac{\text{ch}(3a_f)}{3a_f} - \frac{\text{sh}(3a_f)}{(3a_f)^2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{\mu_0^2 m^3}{\pi\sigma_f^3} \frac{m + 2\pi H \sigma_f^3 r_{1f}^3}{r_{1f}^5} \left( \frac{4\text{ch}(3a_f)}{(3a_f)^2} - \frac{4 + 18a_f^2}{27a_f^3} \text{sh}(3a_f) \right) \right] dr_{1f};$$

$$a_s = \frac{p^2}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0\sigma_s^3 r_{1s}^3 kT}, \quad a_f = \frac{\mu_0 m^2}{2\pi\sigma_f^3 r_{1f}^3 kT} + \frac{\mu_0 m H}{kT},$$

$\rho_s$  – плотность жидкой основы;  $\rho_f$  – плотность магнитного материала;  $m$  – магнитный момент феррочастиц;  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость несущей жидкости;  $\varepsilon_s, \varepsilon_f$  – глубины потенциальных ям для молекулярной и магнитной подсистем соответственно.

Выражение (6) дает возможность проводить расчеты частотной зависимости термического модуля упругости  $Z(\omega)$  магнитных жидкостей при наличии внешнего магнитного поля и различных значений объемной концентрации магнитного материала, а также температуры среды.

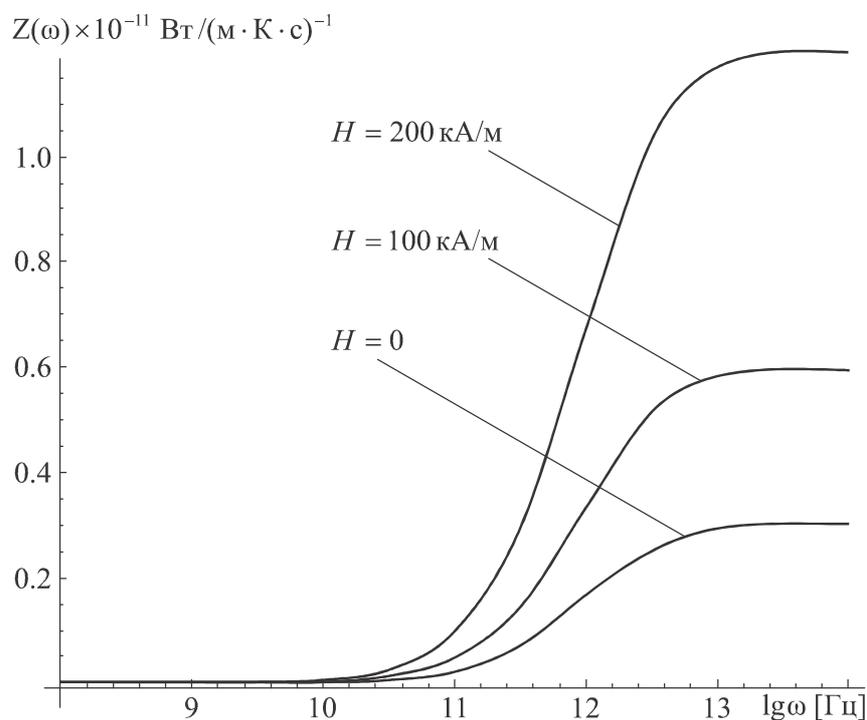
### Результаты и их обсуждение

Для проведения численных расчетов в качестве примера выбираем магнитную жидкость на основе керосина с магнитными частицами  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ , физические параметры которых следующие:  $\sigma_s = 0,27$  нм;

$\rho_s = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\varepsilon_s = 1,27$  кТ;  $\varepsilon = 2,1$  кТ;  $p = 6,2 \cdot 10^{-30}$  Кл·м;  $m = 10^{-20}$  Дж/Тл;  $\sigma_f = 5$  нм;  $\rho_f = 5340$  кг/м<sup>3</sup>;  $\varepsilon_s = 0,37$  кТ.

Результаты расчетов частотной зависимости термического модуля упругости магнитной жидкости при фиксированной концентрации магнитных частиц и различных значений напряженности магнитного поля приведены на рисунке 2.

Кривые зависимости  $Z(\omega)$  показывают, что с возрастанием частоты внешнего воздействия термический модуль упругости нелинейно увеличивается, и частотная дисперсия термического модуля упругости является широкой. Широкая область дисперсии  $Z(\omega)$  связана со структурными релаксационными процессами, происходящими в магнитных жидкостях, которые учитываются в (6) посредством функции  $\Theta_{2i}(r_i, r_{li}, \omega)$ .

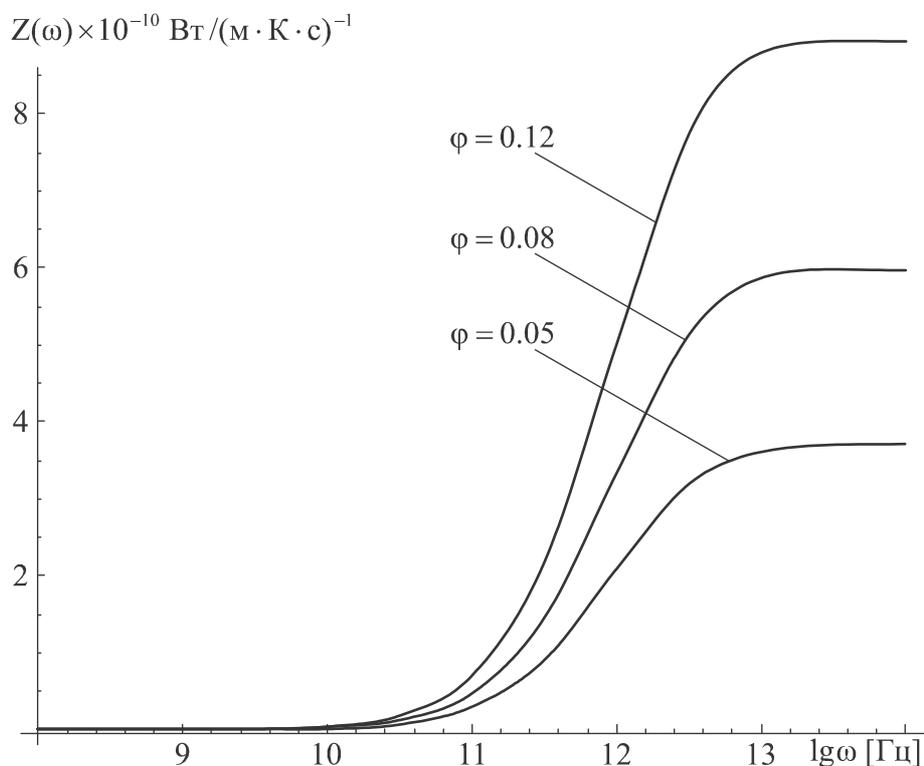


**Рис. 2.** Зависимости термического модуля упругости магнитной жидкости на основе керосина от частоты при  $\varphi = 0,08$ ,  $T = 293$  К

**Fig. 2.** Dependences of the thermal modulus of elasticity of a magnetic fluid based on kerosene on the frequency at  $\varphi = 0.08$ ,  $T = 293$  K

На рисунке 3 представлены результаты расчетов частотной зависимости термического модуля упругости магнитной жидкости на основе керосина при отсут-

ствии магнитного поля и различных значений объемной концентрации частиц магнетита.



**Рис. 3.** Зависимости термического модуля упругости магнитной жидкости на основе керосина от частоты при  $H = 0$ ,  $T = 293$  К

**Fig. 3.** Dependences of the thermal modulus of elasticity of a magnetic fluid based on kerosene on the frequency at  $H = 0$ ,  $T = 293$  К

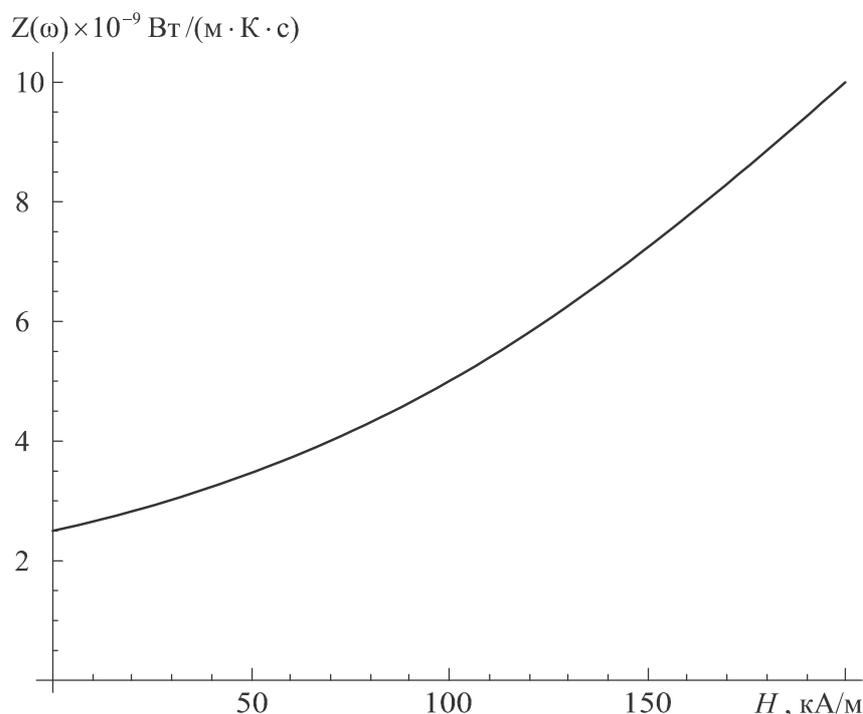
Как видно из рисунка, при отсутствии внешнего магнитного поля, при фиксированных значениях частоты внешнего воздействия, рост концентрации магнитных частиц приводит к увеличению термического модуля упругости в магнитной жидкости.

Результаты численных расчетов показывают, что частотная зависимость термического модуля упругости в магнитных жидкостях аналогична частотным зависимостям объемного и сдвигового модулей упругости магнитных жидкостей, полученным в [18]. Следовательно, по аналогии с тем, что объемный и сдвиговый модули упругости определяют скорости распространения продольных и поперечных

волн, можно предположить, что термический модуль упругости определяет тепловые моды, аналогом которых являются волны второго звука в жидком He-II. Полученные данные могут примыкать к результатам работы [19], где утверждается волновая природа распространения тепла при высоких частотах, и на основе метода лазерного возбуждения и оптического зондирования наблюдается распространение второго звука в графите при температурах 100 К. На основе полученных результатов авторы работы [20], предполагают возможность существования тепловых волн в других материалах и при еще более высоких температурах.

На рисунке 4 изображены результаты расчетов зависимости термического модуля упругости от напряженности внешнего

магнитного поля при постоянной частоте  $\omega = 10^{10}$  Гц и значении концентрации  $\phi = 0,08$ .



**Рис. 4.** Зависимость термического модуля упругости от напряженности внешнего магнитного поля в магнитной жидкости на основе керосина

**Fig. 4.** Dependence of the thermal modulus of elasticity on the strength of the external magnetic field in a kerosene-based ferrofluid

Видно, что возрастание напряженности внешнего магнитного поля приводит к нелинейному увеличению термического модуля упругости в магнитной жидкости и аналогично характеру полевой зависимости сдвигового и объемного модулей упругости магнитных жидкостей, приведенных в [18].

## Выводы

Наиболее полную картину коллективного и индивидуального движения частиц жидкой среды и механизмы релаксационных процессов, протекающих в этих средах, можно выявить на основе статистических методов описания вязкоупругих и термоупругих свойств жидкостей. На основе проведенных теоретических расче-

тов установлено, что в магнитных жидкостях термический модуль упругости проявляется в предельно высоких частотах. Показано, что, когда магнитная жидкость находится во внешнем магнитном поле, термический модуль упругости с возрастанием напряженности магнитного поля заметно увеличивается. На основе этого можно полагать, что при быстрых процессах наличие внешнего магнитного поля способствует упругому переносу энергии тепла в магнитных жидкостях. В литературе встречаются исследования, посвященные высокоинтенсивным процессам, указывается на волнообразный перенос тепла в веществах и распространение второго звука в них. Однако эти исследования в основном имеют феноменологический характер и не могут объяснить упругого

механизма переноса тепла, который описывается термическим модулем упругости.

К сожалению, из-за отсутствия экспериментальных данных по измерению термического модуля упругости магнитных

жидкостей не было возможности сравнить полученные результаты с другими литературными данными.

### Список литературы

1. Hong T. K., Yang H. S., Choi C. J. Study of the enhanced thermal conductivity of Fe nanofluids // *Journal of Applied Physics*. 2005. Vol. 97. P. 064311(1–4). <http://dx.doi.org/10.1063/1.1861145>
2. Measurements of nanofluid viscosity and its implications for thermal applications / R. Prasher, D. Song, J. Wang, P. Phelan // *Applied Physics Letters*. 2006. Vol. 89, no. 13. P. 133108(1–3). <https://doi.org/10.1063/1.2356113>
3. Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles / J.A. Eastman, S.U.S. Choi, S. Li, W. Yu, L.J. Thompson // *Applied Physics Letters*. 2001. Vol. 78, no. 6. P. 718–720. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1341218>
4. Anomalous thermal conductivity enhancement on nanotube suspensions / S. U. S. Choi, Z. G. Zhang, W. Yu, F. E. Lockwood, E. A. Grulke // *Applied Physics Letters*. 2001. Vol. 79, no. 14. P. 2252–2254. <https://doi.org/10.1063/1.1408272>
5. Jang S. P. S., Choi U. S. The role of brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids // *Applied Physics Letters*. 2004. Vol. 84, no. 21. P. 4316–4318. <https://dx.doi.org/10.1063/1.1756684>
6. Prasher R., Phelan P.E., Bhattacharya P. Effect of aggregation kinetics on the thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluid) // *Nano Letters*. 2006. Vol. 6, no. 7. P. 1529–1534. <https://doi.org/10.1021/nl060992s>
7. Zhou X.F., Gao L. Effective thermal conductivity in nanofluids of nonspherical particles with interfacial thermal resistance: differential effective medium theory // *Journal of Applied Physics*. 2006. Vol. 100, no. 2. P. 024913(1–6). <http://dx.doi.org/10.1063/1.2216874>
8. Predicting the effective thermal conductivity of carbon nanotube based nanofluids / N. N. V. Sastry, A. Bhunia, T. Sundararajan, S. K. Das // *Nanotechnology*. 2008. Vol. 19, no. 5. P. 055704(1–8). <https://dx.doi.org/10.1088/0957-4484/19/05/055704>
9. Philip J., Shima P. D., Raj B. Nanofluid with tunable thermal properties // *Applied Physics Letters*. 2008. Vol. 92, no. 4. P. 043108(1–3). <https://doi.org/10.1063/1.2838304>
10. Залетило А. А., Рекс А. Г. Форма и устойчивость локального теплопередающего магнитожидкостного покрытия на пластине // *Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии*. 2023. Т. 13, № 2. С. 150–163. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-2-150-163>
11. Sheikholeslami M., Rashidi M. M. Effect of space dependent magnetic field on free convection of Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>–water nanofluid // *J. Taiwan Inst. Chem. Eng.* 2015. Vol. 56. P. 6–15. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jtice.2015.03.035>
12. Nkurikiyimfura I., Wang Y., Pan Z. Heat transfer enhancement by magnetic nanofluids – A review // *Renew. Sustain. Energy Rev.* 2013. Vol. 21. P. 548–561. <https://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2012.12.039>
13. Косков М. А. Конвекция феррожидкости в замкнутом контуре: анализ температурного поля // *Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии*. 2022. Т. 12, № 2. С. 166–182. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2022-12-2-166-182>
14. Комилов К., Зарипов А. К., Маджид У. А. Частотная дисперсия коэффициента сдвиговой вязкости и магнитовязкий эффект в магнитных жидкостях // *Журнал физической химии*. 2020. Т. 94, № 8. С. 1279–1284. <https://doi.org/10.31857/S0044453720080166>

15. Зарипов А. К. О динамических коэффициентах вязкости и релаксационных процессах в магнитных жидкостях // Коллоидный журнал. 2021. Т. 83, № 4. С. 412–422. <https://doi.org/10.31857/S0023291221040169>
16. Зарифзода А. К., Бозорова Ю. К. О термическом модуле упругости двухкомпонентной магнитной жидкости // Материалы Симпозиума физиков Таджикистана. Душанбе, Физико-технический ин-т им. С. У. Умарова, 2022. С. 99–103.
17. Юхновский И. Р., Головкин М. Ф. Статистическая теория классических равновесных систем. Киев: Наукова думка, 1980. 372 с.
18. Зарипов А. К. Упругие свойства магнитных жидкостей // Коллоидный журнал. 2021. Т. 83, № 6. С. 634–643. <https://doi.org/10.31857/s0023291221060185>
19. Observation of second sound in graphite at temperatures above 100 K / S. Huberman, R. A. Duncan, K. Chen, B. Song, V. Chiloyan, Z. Ding [et al.] // Science. 2019. Vol. 364, no. 6438. P. 375–379. <https://doi.org/10.1126/science.aav3548>
20. Lee S., Li Xun. Hydrodynamic phonon transport: past, present, and Prospect // Nanoscale Energy Transport: Emerging Phenomena, Methods, and Applications. Institute of Physics Publishing, 2019. URL: <https://arxiv.org/pdf/1903.05731.pdf> (дата обращения: 03.04.2024).

## References

1. Hong T.K., Yang H.S., Choi C.J. Study of the enhanced thermal conductivity of Fe nanofluids. *Journal of Applied Physics*. 2005;(97):064311(1–4). <http://dx.doi.org/10.1063/1.1861145>
2. Prasher R., Song D., Wang J., Phelan P. Measurements of nanofluid viscosity and its implications for thermal applications. *Applied Physics Letters*. 2006;89(13):133108(1–3). <https://doi.org/10.1063/1.2356113>
3. Eastman J.A., Choi S.U.S., Li S., Yu W., Thompson L.J. Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles. *Applied Physics Letters*. 2001;78(6):718–720. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1341218>
4. Choi S.U.S., Zhang Z.G., Yu W., Lockwood F.E., Grulke E.A. Anomalous thermal conductivity enhancement on nanotube suspensions. *Applied Physics Letters*. 2001;79(14):2252–2254. <https://doi.org/10.1063/1.1408272>
5. Jang S.P.S., Choi U.S. The role of brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids. *Applied Physics Letters*. 2004;84 (21):4316–4318. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1756684>
6. Prasher R., Phelan P.E., Bhattacharya P. Effect of aggregation kinetics on the thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluid). *Nano Letters*. 2006;6(7):1529–1534. <https://doi.org/10.1021/nl060992s>
7. Zhou X.F., Gao L. Effective thermal conductivity in nanofluids of nonspherical particles with interfacial thermal resistance: differential effective medium theory. *Journal of Applied Physics*. 2006;100(2):024913(1–6). <http://dx.doi.org/10.1063/1.2216874>
8. Sastry N.N.V., Bhunia A., Sundararajan T., Das S.K. Predicting the effective thermal conductivity of carbon nanotube based nanofluids. *Nanotechnology*. 2008;19(5):055704(1–8). <http://dx.doi.org/10.1088/0957-4484/19/05/055704>
9. Philip J., Shima P.D., Raj B. Nanofluid with tunable thermal properties. *Applied Physics Letters*. 2008;92(4):043108(1–3). <https://doi.org/10.1063/1.2838304>
10. Zaletilo A.A., Reks A.G. Shape and stability of a Local Heat-transfer Magnetofluid Coating on a Plate. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tehnika i tehnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*. 2023;(2):150–163. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-2-150-163>
11. Sheikholeslami M., Rashidi M.M. Effect of space dependent magnetic field on free convection of Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>–water nanofluid. *J. Taiwan Inst. Chem. Eng.* 2015;56:6–15. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jtice.2015.03.035>

12. Nkurikiyimfura I., Wang Y., Pan Z. Heat transfer enhancement by magnetic nanofluids – A review. *Renew. Sustain. Energy Rev.* 2013;21:548–561. <http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2012.12.039>
13. Koskov M.A. Ferrofluid convection in a hydrodynamic loop: analysis of temperature field. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tehnika i tehnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies.* 2022;12(2):166–182. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2022-12-2-166-182>
14. Komilov K., Zaripov A.K., Majid U.A. Frequency dispersion of the coefficient of shear viscosity and the magnetic viscous effect in magnetic liquids. *Rus. Journ. of Phys. Chem A.* 2020;94(8):1726–1731. (In Russ.) <https://doi.org/10.1134/S0036024420080166>
15. Zaripov A.K. On the dynamic viscosity coefficients and relaxation processes in magnetic fluids. *Colloid Journal.* 2021;83(4):422–436. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.1134/S1061933X21040153>
16. Zarifzoda A.K., Bozorova Yu.K. On the thermal modulus of elasticity of a two-component magnetic fluid. *Materialy Simpoziuma fizikov Tadjikistana = Materials of the Symposium of Physicists of Tajikistan.* Dushanbe: Fiziko-tehnicheskii in-t im. S. U. Umarova; 2022. P. 99–103. (In Russ.)
17. Yukhnovsky I.R., Golovko M.F. Statistical theory of classical equilibrium systems. Kiev: Naukova dumka, 1980. 372 p. (In Russ.)
18. Zaripov A.K. Elastic properties of magnetic fluids. *Colloid Journal.* 2021;83(6):698–706. <https://doi.org/10.1134/S1061933X2106017X>
19. Huberman S., Duncan R.A., Chen K., Song B., Chiloyan V., Ding Z., et al. Observation of second sound in graphite at temperatures above 100 K. *Science.* 2019;364(6438):375–379. <https://doi.org/10.1126/science.aav3548>
20. Lee S., Li X. Hydrodynamic phonon transport: past, present, and prospect. In: *Nanoscale energy transport: emerging phenomena, methods, and applications.* Institute of physics publishing, 2019. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1903.05731.pdf> (accessed 03.04.2024)

---

### Информация об авторах / Information about the Authors

**Зарифзода Афзалшох Кахрамон**, доктор физико-математических наук, директор, Физико-технический институт им. С. У. Умарова Национальной академии наук Таджикистана, г. Душанбе, Таджикистан, e-mail: afzal.z@mail.ru

**Afzalshoh Q. Zarifzoda**, Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Director, S.U. Umarov Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan, Dushanbe, Tajikistan, e-mail: afzal.z@mail.ru

**Бозорова Юлдузхон Комилджоновна**, докторант PhD, Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни, г. Душанбе, Таджикистан, e-mail: bozorovaulduzkhon@gmail.com

**Yulduzhon K. Bozorova**, Doctoral Student PhD, Tajik State Pedagogical University named after Sadriddin Aini, Dushanbe, Tajikistan, e-mail: bozorovaulduzkhon@gmail.com