

Оригинальная статья / Original article

УДК 537.311.322

<https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-3-146-160>

Особенности электрических свойств ограниченных диффузионных полупроводников при контактных измерениях

В. В. Филиппов^{1,2} ✉, С. Е. Лузянин¹, С. В. Мицук¹

¹ Липецкий государственный педагогический университет имени П. П. Семенова-Тян-Шанского
ул. Ленина, д. 42, г. Липецк 398020, Российская Федерация

² Московский государственный университет технологий и управления имени К. Г. Разумовского
(Первый казачий университет), Липецкий казачий институт технологий и управления (филиал)
ул. Красная, влд. 4, г. Липецк 398006, Российская Федерация

✉ e-mail: wwfilippow@mail.ru

Резюме

Целью данной работы является исследование особенностей электрических свойств ограниченных полупроводников, а также влияния неоднородностей распределения примесей в анизотропных полупроводниках на структуру электрических полей при стандартных методах контактных измерений.

Диффузионные и ионно-легированные полупроводниковые структуры, а также композиционные структуры с рассогласованностью решеток пленки и подложки являются в настоящее время перспективным классом материалов в микро- и нанoeлектронике. Внедряя примеси в полупроводниковый кристаллический образец, мы тем самым изменяем его электрические свойства, что дает возможность уменьшать размеры отдельных компонентов микросхемы, сохраняя или увеличивая их мощность.

Методы. В работе исследованы известные зависимости распределений примесей при диффузионном легировании. Для расчета распределения потенциала использован метод Фурье, позволивший решить уравнение Пуассона с граничными условиями Неймана без приближений. Для анализа полученных выражений, характеризующих электрические поля в неоднородных полупроводниках, использовался математический пакет MathCad.

Результаты. Приведена методика решения краевой задачи для потенциала в ограниченных диффузионных полупроводниках. Представлены выражения в виде рядов аналитических функций для распределения электрического потенциала в проводящих анизотропных структурах. Построенные модели позволяют определять и качественно описывать распределения электрических полей при зондовых измерениях и исследовать их структуру в диффузионных полупроводниках.

Заключение. На основе проведенного компьютерного моделирования показана значимость учета параметров неоднородности проводимости. Показан и количественно определен эффект концентрирования линий плотности тока в диффузионных полупроводниках.

Ключевые слова: диффузионный полупроводник; электропроводность; электрический потенциал.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Филиппов В. В., Лузянин С. Е., Мицук С. В. Особенности электрических свойств ограниченных диффузионных полупроводников при контактных измерениях // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2023. Т. 13, № 3. С. 146–160. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-3-146-160>

Поступила в редакцию 23.06.2023

Подписана в печать 18.08.2023

Опубликована 29.09.2023

© Филиппов В. В., Лузянин С. Е., Мицук С. В., 2023

Features of the Electrical Properties of Limited Diffusion Semiconductors in Contact Measurements

Vladimir V. Filippov^{1,2} ✉, Sergey E. Luzyanin¹, Sergey V. Mitsuk¹

¹ Lipetsk State Pedagogical University named after P. P. Semenov-Tyan-Shansky
42 Lenina Str., Lipetsk 398020, Russian Federation

² Moscow State University of Technologies and Management named after K.G. Razumovsky
(First Cossack University), Lipetsk branch
4 Krasnoznamennaya Str., Lipetsk 398006, Russian Federation

✉ e-mail: wwfilippow@mail.ru

Abstract

The purpose of this work is to study the features of the electrical properties of bounded semiconductors, as well as the effect of the inhomogeneous distribution of impurities in anisotropic semiconductors on the structure of electric fields with standard methods of contact measurements.

Diffusion and ion-doped semiconductor structures, as well as composite structures with misalignment of film and substrate lattices, are currently a promising class of materials in micro- and nanoelectronics. The introduction of an impurity into a semiconductor crystal sample changes its electrical properties, which makes it possible to reduce the size of individual components of the chip, while maintaining or increasing their power.

Methods. The results of the work are based on the known dependences of the distributions of impurities during diffusion alloying. To calculate the potential distribution, the Fourier method was used, which made it possible to solve the Poisson Equation with Neumann boundary conditions without approximations. The mathematical package MathCad was used to analyze the obtained expressions characterizing electric fields in inhomogeneous semiconductors.

Results. A technique for solving the boundary value problem for the potential in bounded diffusion semiconductors is presented. Expressions in the form of series of analytical functions for the distribution of electric potential in conducting anisotropic structures are presented. The constructed models make it possible to determine and qualitatively describe the distributions of electric fields during probe measurements and to investigate their structure in diffusion semiconductors.

Conclusion. On the basis of computer modeling, the importance of taking into account the parameters of inhomogeneity of conductivity is shown. The effect of concentration of current density lines in diffusion semiconductors is shown and quantified.

Keywords: diffusion semiconductor; electrical conductivity; electric potential.

Conflict of interest: The authors declare no apparent or potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Filippov V. V., Luzyanin S. E., Mitsuk S. V. Features of Electrical Properties of Limited Diffusion Semiconductors at Contact Measurements. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*. 2023; 13(3): 146–160. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-3-146-160>

Received 23.06.2023

Accepted 18.08.2023

Published 29.09.2023

Введение

Активное применение неоднородных полупроводников в современной микро- и нанoeлектронной технике [1; 2] требует качественного описания их электрических свойств, а также разработки и совершенствования методов измерений параметров данных материалов [3]. Существующие

современные методики внесения примесей позволяют получать полупроводниковые пленки, в которых концентрация легированной примеси изменяется с глубиной по определенному закону [4–6]. В соответствии с концентрацией будут изменяться с глубиной и другие электрические характеристики, например, электропроводимость получившегося образца [7; 8].

Одним из основных методов легирования полупроводниковых подложек в микро- и нанoeлектронике является диффузия [4–6]. Особенности распределения примесей в полупроводниках при диффузии рассмотрены в работах [8–10]. Решение уравнения из второго закона Фика [10] для случая сильного легирования образца, когда наблюдается диффузия из неограниченного источника, дает следующую зависимость:

$$N(z, t) = N_0 \operatorname{erfc} \frac{z}{2\sqrt{D \cdot t}}, \quad (1)$$

где D – коэффициент диффузии; N_0 – поверхностная концентрация примеси; t – время диффузии, с; z – координата (глубина) слоя, см; $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$ – дополнительный интеграл вероятности [11].

Решение уравнения второго закона Фика для случая слабого легирования, когда диффузия производится из ограниченного источника, подчиняется нормальному закону:

$$N(z, t) = \frac{Q}{\sqrt{\pi D t}} \exp \left[- \left(\frac{z}{2\sqrt{D t}} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где Q – количество атомов примеси, нанесенных на поверхность в начальный момент времени, атом/см².

Диффузия позволяет внести примесь в полупроводник на глубину порядка 25 мкм [8; 9]. Для внедрения примеси на глубину менее 1 мкм применяют метод ионного внедрения [5; 8; 12]. Концентрация внедренных ионов примеси может быть определена по формуле Гаусса [8]:

$$N(z, t) = \frac{\Phi}{\sqrt{2\pi \Delta R}} \exp \left(- \frac{1}{2} \left(\frac{z - R_p}{\Delta R_p} \right)^2 \right), \quad (3)$$

где Φ – ионная доза; R_p – проекция пробега (глубина, на которой достигается максимум концентрации ионов примеси); ΔR_p – разброс пробега; z – координата (глубина) вхождения иона в пластину.

Целью данной работы является теоретический анализ распределения электрических полей, возникающих при зондовых измерениях в неоднородных полупроводниках, легированных методом диффузии. Работа является логическим продолжением статьи [13], в которой рассматривается физико-математический анализ электрических полей в резко-неоднородных полупроводниковых образцах.

Материалы и методы

На основании экспериментальных данных работ [14; 15] можно провести аппроксимацию для концентрации залегания примесей к известным аналитическим функциям. При имплантации примеси ниобия (рис. 1) для аппроксимации полученных данных мы применили экспоненциальную функцию $c(z) = a \cdot e^{-bz}$. Величина достоверности аппроксимации такой функции равна $R^2 = 0,982$ (рис. 1). При использовании в качестве аппроксимирующей функции формулы (2)

$$c(z) = a \cdot \exp(-bz^2) = a \cdot \exp(-bt)$$

величина достоверности аппроксимирующей функции достигла значений $R^2 = 0,986$ (рис. 2).

Таким образом, получаем, что в первом приближении достаточно в качестве аппроксимирующей функции использовать экспоненту. Для более точных вычислений лучше использовать формулу (2).

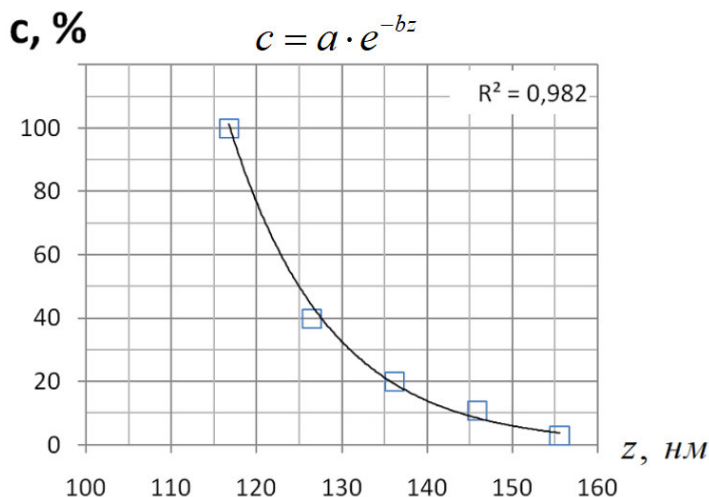


Рис. 1. Распределение относительной концентрации ниобия внутри слоя кремния после диффузии (□) [14; 15] и построенная аппроксимирующая экспоненциальная зависимость (сплошная линия)

Fig. 1. The distribution of the relative concentration of niobium inside the silicon layer after diffusion (□) [14; 15], and the constructed approximating exponential dependence (solid line)

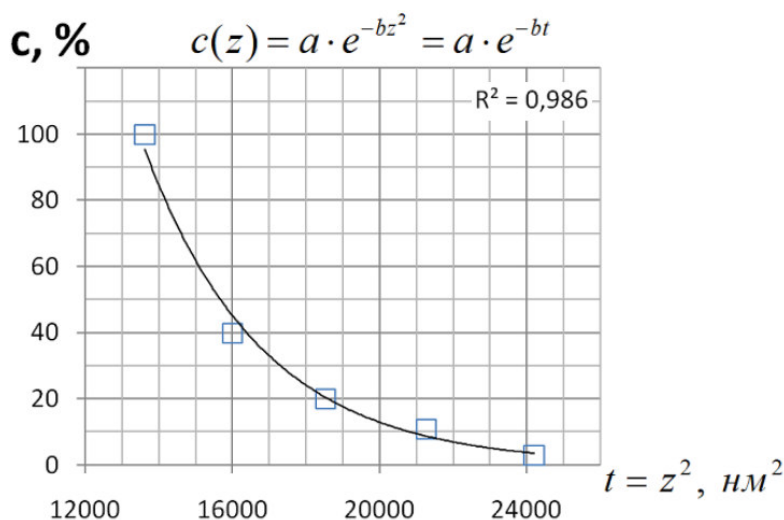


Рис. 2. Распределение относительной концентрации ниобия внутри слоя кремния после диффузии (□) [14, 15] и построенная аппроксимирующая гауссова зависимость (сплошная линия)

Fig. 2. Distribution of the relative concentration of niobium inside the silicon layer after diffusion (□) [14, 15] and the constructed approximating Gaussian dependence (solid line)

Поскольку электропроводимость полупроводников напрямую связана с концентрацией примеси, в рамках приводимой модели полагается, что электропроводимость диффузионно легированного полупроводника с глубиной (по z) изменяется по законам, аналогичным полученным для распределения примеси в образце [7; 8].

Рассмотрим задачу о распределении потенциала электрического поля в неоднородной по глубине полупроводниковой пленке прямоугольной формы с размерами a , b и d (рис. 3). Первоначально разберём случай о распределении потенциала в ограниченном образце для поля, создаваемого одним токовым зондом малой площади. Пусть первый токовый контакт

будет иметь активную площадку квадратной формы со стороной 2ε (данная форма контакта позволяет решить краевую задачу для потенциала, используя метод Фурье). В большинстве случаев точно проконтролировать форму и размер токового зонда достаточно сложно [3; 16]. Для случая малого размера такого зонда удобнее в качестве основного параметра использовать площадь контактной поверхности. Второй токовый контакт представляет собой контакт поверхности пленки с

подложкой, на которой эта пленка расположена. Как показано выше и согласуется с результатами работы [17], в случае диффузии примесей из неограниченного источника целесообразно использовать экспоненциальный закон изменения электропроводимости с глубиной в образце:

$$\sigma_1(z) = \sigma_0 \exp(-2pz), \quad (4)$$

где σ_0 – поверхностная электропроводимость образца; p – постоянный параметр, определяемый технологией получения неоднородного слоя.

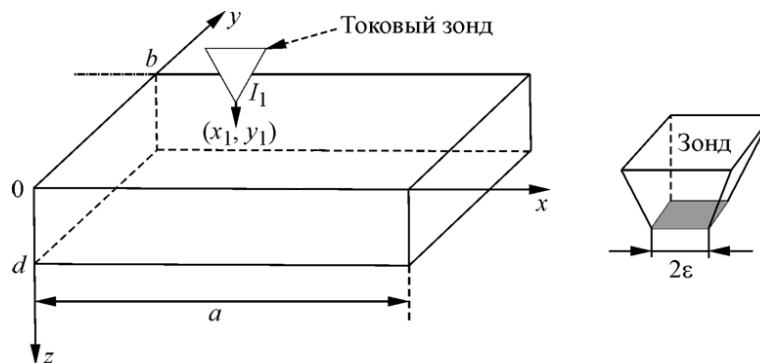


Рис. 3. Схема положения токового зонда на неоднородной пленке, находящейся на металлической подложке: I_1 – сила тока в зонде; (x_1, y_1) – координаты центра первого токового зонда; a, b, d – геометрические размеры пленки

Fig. 3. Scheme of the position of the current probe on an inhomogeneous film located on a metal substrate: I_1 is the current in the probe; (x_1, y_1) are the coordinates of the center of the first current probe; a, b, d are the geometric dimensions of the film

Для нашей задачи при установившихся значениях токов и отсутствии источников и стоков зарядов справедливы соотношения [18]:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = -\sigma \operatorname{grad} \varphi. \quad (5)$$

Из соотношений (1), (5) следует, что потенциал электрического поля φ в образце удовлетворяет уравнению:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma(z)} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{d\sigma(z)}{dz} = 0, \quad (6)$$

где $\frac{d\sigma}{dz} = -2p\sigma_0 \exp(-2pz)$.

Граничные условия для получения частного решения $\varphi_1(x, y, z)$ определяем из требования, что нормальная составляющая плотности тока на всей поверхности образца, кроме точек под токовым электродом, равна нулю [18]. Под контактом плотность тока будем считать постоянной, равной $I_1/(4\varepsilon^2)$. Потенциал нижней грани определяем нулевым, это отвечает положению полупроводниковой пленки на низкоомной металлической подложке. Тогда граничные условия для дифференциального уравнения (6) имеют вид

$$\left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \right|_{x=0, a} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right|_{y=0, b} = 0; \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right|_{z=0} = \begin{cases} -\frac{I_1}{\sigma_0 4\varepsilon^2}, & \text{при} \\ (x_1 - \varepsilon) \leq x \leq (x_1 + \varepsilon) \\ \wedge (y_1 - \varepsilon) \leq y \leq (y_1 + \varepsilon); \\ 0, & \text{в остальной области;} \end{cases} \quad (8)$$

$$\varphi_1|_{z=d} = 0. \quad (9)$$

Общий вид решения уравнения (6) с учетом граничных условий (7) – (9) для потенциала φ_i удобно записать в виде ряда Фурье [19]:

$$\varphi_1(x, y, z) = \sum_{k, n=0}^{\infty} Z_{kn}(z) \cos(\alpha_k x) \cos(\beta_n y), \quad (10)$$

где $\alpha_k = \pi k/a$, $\beta_n = \pi n/b$; $Z_{kn}^{(i)}(z)$ – функция, зависящая от переменной z .

Аналитический вид функции $Z_{kn}(z)$ напрямую зависит от закона изменения электропроводности образца с глубиной и для экспоненциальной зависимости (4) получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 Z_{kn}}{\partial z^2} - 2p \frac{\partial Z_{kn}}{\partial z} + (\alpha_k^2 + \beta_n^2) Z_{kn} = 0. \quad (11)$$

В результате решения данной задачи (6) – (9) методом Фурье [19] было получено общее выражение для вычисления потенциала φ в образце:

$$\varphi_1(x, y) = \frac{I_1 d}{ab\sigma_0} \left[1 - 4 \sum_{n, k=0}^{\infty} \left\{ \Theta_{kn} \frac{e^{-2\xi_{kn}d} - 1}{(p - \xi_{kn}) - (p + \xi_{kn})e^{-2\xi_{kn}d}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{\sin \alpha_k \varepsilon \sin \beta_n \varepsilon}{\alpha_k \beta_n \varepsilon^2} \cos(\alpha_k x_1) \cos(\beta_n y_1) \cos(\alpha_k x) \cos(\beta_n y) \right\} \right]. \quad (14)$$

Определим далее распределение потенциала электрического поля в полупроводниковом образце прямоугольной формы со стандартными геометрическими размерами a , b и d (см. рис. 3) в случае расположения двух токовых зондов на верхней поверхности исследуемой пластины, нижняя грань располагается на ди-

$$\varphi_1(x, y, z) = \frac{I_1(d-z)}{ab\sigma_0} - \frac{4I_1}{ab\sigma_0} \sum_{n, k=0}^{\infty} \left\{ \Theta_{kn} \frac{\sin \alpha_k \varepsilon \sin \beta_n \varepsilon}{\alpha_k \beta_n \varepsilon^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{e^{-2\xi_{kn}d + (p+\xi_{kn})z} - e^{(p-\xi_{kn})z}}{(p-\xi_{kn}) - (p+\xi_{kn})e^{-2\xi_{kn}d}} \times \right. \\ \left. \times \cos(\alpha_k x_1) \cos(\beta_n y_1) \cos(\alpha_k x) \cos(\beta_n y) \right\}, \quad (12)$$

где $\alpha_k = \pi k/a$, $\beta_n = \pi n/b$,

$$\xi_{kn} = \sqrt{p^2 + \alpha_k^2 + \beta_n^2},$$

$$\Theta_{kn} = \begin{cases} 0, & \text{при } n = k = 0; \\ 0,5, & \text{при } n = 0, k \neq 0 \\ & \text{или } k = 0, n \neq 0; \\ 1, & \text{при } n \neq 0, k \neq 0. \end{cases} \quad (13)$$

Полученное выражение (12) позволяет смоделировать распределение потенциала на поверхности исследуемой полупроводниковой пластины и по всему ее объему, а также смоделировать линии тока в образце. Данное выражение может быть использовано при анализе распределения полей при зондовых измерениях [3], в том числе с использованием АСМ [20]. Распределение потенциала ($z = 0$) на верхней грани описывает показания сканирования зондом образца согласно методу сопротивления растекания:

электрической подложке. Через токовые зонды 1 и 2 квадратной формы со стороной 2ε , расположенные симметрично на поверхности полупроводникового образца на расстоянии $2l_1$ друг от друга, протекает постоянный электрический ток I_{12} (рис. 4).

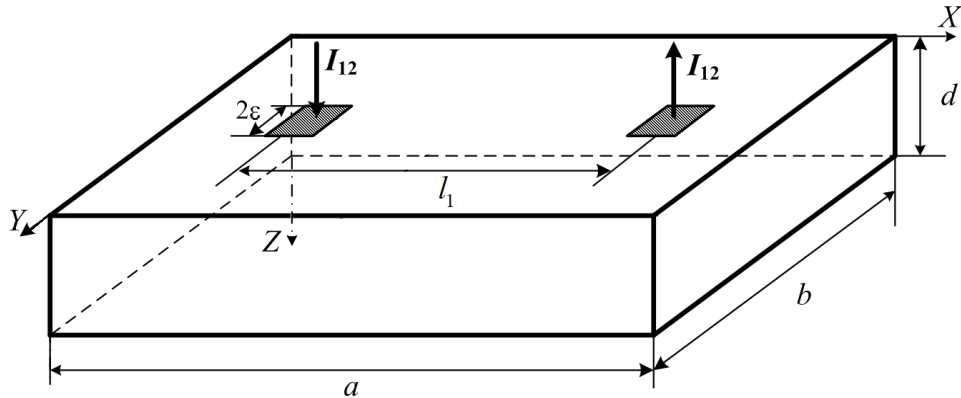


Рис. 4. Схема расположения двух токовых контактов на поверхности исследуемого образца, находящегося на диэлектрической подставке

Fig. 4. Layout of two current contacts on the surface of the sample under study, located on a dielectric stand

Рассмотрим наиболее распространенный случай, когда электропроводимость изменяется с глубиной по экспоненциальному закону (4). Для стационарных токов при отсутствии источников и стоков зарядов потенциал электрического поля внутри образца должен удовлетворять условиям (5) и уравнению (6).

Граничные условия для определения частного решения $\varphi_2(x, y, z)$ аналогично предыдущему случаю, определим из требования равенства нулю нормальной к плоскости границам плотности тока всюду на поверхности полупроводника, кроме контактных площадок, площадью $4\epsilon^2$, под которыми плотность тока постоянна:

$$\left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right|_{z=0} = \begin{cases} -\frac{I_{12}}{4\sigma_0 \epsilon^2}, & \text{при } \left\{ \begin{aligned} [(a-l_1)/2 - \epsilon] \leq |x| \leq [(a-l_1)/2 + \epsilon]; \\ b/2 - \epsilon \leq |y| \leq b/2 + \epsilon; \end{aligned} \right. \\ \frac{I_{12}}{4\sigma_0 \epsilon^2}, & \text{при } \left\{ \begin{aligned} [(a+l_1)/2 - \epsilon] \leq |x| \leq [(a+l_1)/2 + \epsilon]; \\ b/2 - \epsilon \leq |y| \leq b/2 + \epsilon; \end{aligned} \right. \\ 0, & \text{в остальной области;} \end{cases} \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \right|_{x=0, a} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right|_{y=0, b} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right|_{z=d} = 0. \quad (16)$$

Опуская стандартные для метода Фурье [19] преобразования, получаем окончательное выражение потенциала φ_2

для случая экспоненциальной зависимости электропроводимости с глубиной:

$$\varphi_2(x, y, z) = \frac{8I_{12}}{\sigma_0 a b \epsilon^2} \cdot \sum_{\substack{k=1, 3, 5, \dots \\ n=0, 2, 4, \dots}}^{\infty} \Theta_n (-1)^{\frac{k+n-1}{2}} \frac{\sin(\beta_n \epsilon) \sin(\alpha_k \epsilon) \sin(\alpha_k l_1 / 2)}{\alpha_k \beta_n \eta_{kn}^2} \times \\ \times \frac{(\xi_{kn} - p) \exp(-2\xi_{kn} d) \exp(z(p + \xi_{kn})) + (\xi_{kn} + p) \exp(z(p - \xi_{kn}))}{e^{-2\xi_{kn} d} - 1} \times \cos(\alpha_k x) \cos(\beta_n y), \quad (17)$$

где

$$\Theta_n = \begin{cases} 1, & \text{при } n \neq 0, \\ 1/2, & \text{при } n = 0, \end{cases} \quad \eta_{kn}^2 = \alpha_k^2 + \beta_n^2, \quad \xi_{kn} = \sqrt{p^2 + \eta_{kn}^2}. \quad (18)$$

На верхней грани ($z = 0$) получаем

$$\varphi_2(x, y, z) = \frac{8I_{12}}{\sigma_0 ab \varepsilon^2} \cdot \sum_{\substack{k=1,3,5,\dots \\ n=0,2,4,\dots}}^{\infty} \left\{ \Theta_n (-1)^{\frac{k+n-1}{2}} \frac{\sin(\beta_n \varepsilon) \sin(\alpha_k \varepsilon)}{\alpha_k \beta_n \eta_{kn}^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\xi_{kn} + p + (\xi_{kn} - p) \exp(-2\xi_{kn} d)}{e^{-2\xi_{kn} d} - 1} \sin(\alpha_k l_1 / 2) \cos(\alpha_k x) \cos(\beta_n y) \right\}. \quad (19)$$

Полученные выражения (17) – (19) позволяют проанализировать в неоднородном по глубине образце распределение потенциала и плотности тока (согласно формуле (5)). Также данные выражения позволяют разработать теоретически обоснованный метод измерения электрических параметров неоднородной полупроводниковой пластины, как это сделано в работе [21].

Результаты и их обсуждение

На основании полученной формулы для потенциала (16) выполнено компьютерное моделирование эквипотенциальных поверхностей в двух сечениях образца в приближении точечных токовых контактов ($\varepsilon \ll a, b$) с относительными размерами: $b/a = 1$, $d/a = 0,01$, координатами токовых зондов: $x_1 = 0,1a$; $x_2 = 0,9a$; $y_1 = y_2 = b/2$.

Моделирование полей производилось с использованием математического пакета Mathcad [22]. Результат построения распределения потенциала на поверхности образца (плоскость Oxy) и внутри образца в плоскости, проходящей через линию токовых контактов и параллельной плоскости Oxz , представлен на рисунке 5. При проведении расчетов для достижения погрешности вычислений не более 2% потребовалось суммировать ряды Фурье до

400 слагаемых по каждому из индексов. На представленных ниже рисунках масштабы по оси Ox и Oz не совпадают для наглядности полученных результатов.

На рисунке 5, а представлен результат распределения эквипотенциальных линий в однородном полупроводнике. На рисунке 5, б, в, г представлен результат распределения эквипотенциальных линий в неоднородном полупроводнике при экспоненциальной зависимости изменения электропроводимости с глубиной (4).

Для более детального изучения структуры электрических полей в диффузионных полупроводниках проанализируем распределение плотности тока по глубине. В частности, вычислим зависимости тангенциальной составляющей напряженности $E_x(z)$ и плотности тока $j_x(z)$ в средней части образца, на прямой, параллельной оси Oz , проведенной через точку $(a/2, b/2, 0)$. Толщина неоднородного образца выбрана равной 0,4 мм. При этом будем характеризовать безразмерные величины, соотнесенные с их значением в точке $(a/2, b/2, 0)$ на поверхности образца (рис. 6). Плотность тока определялась согласно полученному распределению потенциалов (17):

$$j_x = \sigma(z) \cdot E_x = -\sigma_0 \cdot \exp(-2pz) \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (20)$$

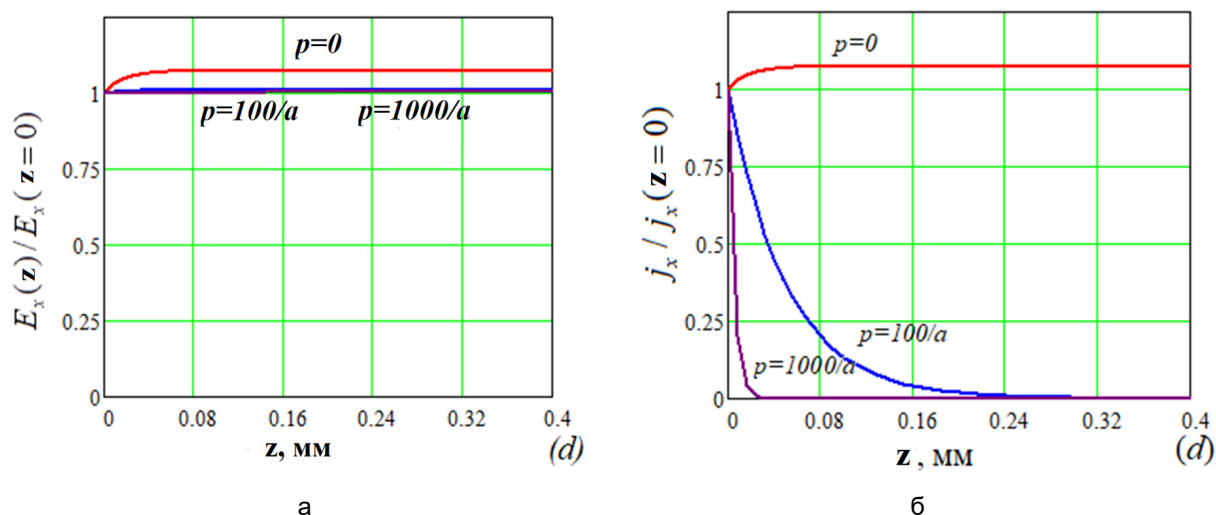


Рис. 6. Моделирование электрических полей в прямоугольном образце при расположении двух зондов на верхней грани: а – зависимость относительной напряженности от глубины z ; б – зависимость относительной плотности тока от координаты z

Fig. 6. Simulation of electric fields in a rectangular sample with two probes located on the upper face: а – dependence of relative strength on depth z ; б – dependence of the relative current density on the z coordinate

Выполненные расчеты показывают существенное концентрирование плотности тока в высоколегированной области в малой части образца. В полупроводниках, диффундированных примесями, электрический ток протекает по узким каналам, что также приводит к неоднородному выделению внутри образца джоулевой теплоты.

На основании полученных расчетных формул для потенциала (14) также нами было выполнено моделирование распределения электрического поля на поверхности диффузионной полупроводниковой пленки прямоугольной формы, находящейся на проводящей подложке. Схема положения токового зонда на исследуемой пленке представлена на рисунке 2, координата токового зонда $(a/2, b/2, 0)$. Относительные размеры образца и токового зонда: $b/a = 1$, $d/a = 0,01$, $2\varepsilon = 0,1d$. При проведении расчетов для достижения погрешности вычислений не более 2% потребовалось суммировать ряды Фурье до 500 слагаемых по каждому из индексов. На рисунке 7 представлен результат в виде

графика зависимости относительного потенциала на поверхности пленки в приконтактной области при различных значениях геометрического параметра неоднородности p . Потенциал в подконтактной области принимали за единицу, потенциал на проводящей подложке равным нулю.

Проведенное моделирование показывает, что для образцов с экспоненциальной зависимостью электропроводимости увеличение коэффициента неоднородности p приводит к уменьшению пространственной области резкого падения потенциала и более равномерному распределению электрического поля на остальной поверхности полупроводниковой пленки.

Для более подробного анализа распределения электрического поля одного малого токового электрода на проводниковой подложке в диффузионном полупроводниковом образце (при тех же размерах полупроводникового образца и контакта) была также построена модель распределения относительной плотности тока вблизи проводниковой подложки (плоскость $z = d$).

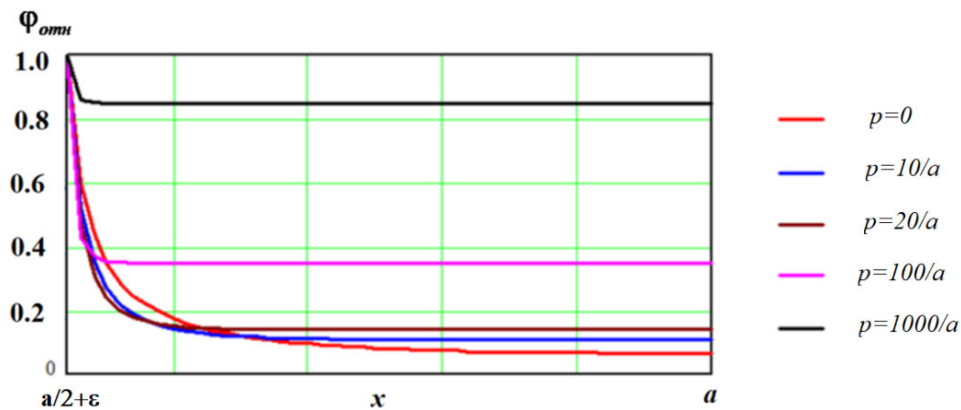


Рис. 7. График зависимости относительного потенциала на поверхности полупроводниковой диффузионной пленки прямоугольной формы от координаты x при различных параметрах диффузии p

Fig. 7. Graph of the dependence of the relative potential on the surface of a rectangular semiconductor diffusion film on the x coordinate for various diffusion parameters p

На рисунке 8 представлен график зависимости относительной плотности тока от координаты x вблизи подложки с диффузионной пленкой при различных параметрах неоднородности p . Из полученных графиков видно, что увеличение коэффициента неоднородности p приводит к воз-

растанию области растекания тока на подложке. При $p > 100$ ток вблизи подложки ($z \rightarrow d$) распределяется практически равномерно. За единицу плотности тока принималось его значение в точке под токовым контактом ($a/2, b/2, d$), что соответствовало максимальному значению.

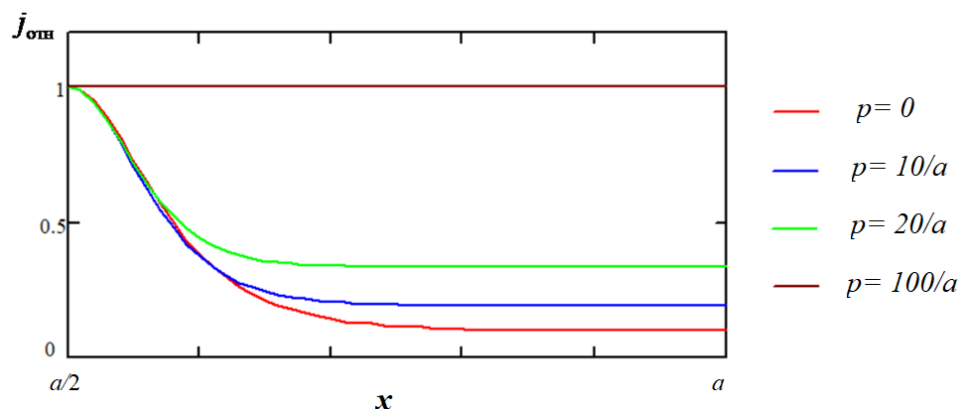


Рис. 8. Графики распределения относительной плотности тока в диффузионной пленке на проводящей подложке при различных параметрах неоднородности p

Fig. 8. Graphs of the distribution of the relative current density in a diffusion film on a conductive substrate for various parameters of inhomogeneity p

Из анализа полученных графических зависимостей видно, что параметр неоднородности p существенно влияет на распределение электрического поля и плотности тока в образце. Таким образом, при

увеличении параметра p наблюдается эффект более равномерного растекания плотности тока в объеме неоднородного полупроводника по отношению к однородному. Также необходимо отметить

уменьшение области резкого падения (возрастание величины градиента) потенциала на поверхности полупроводниковой пленки вблизи токового контакта.

Экспериментальная проверка полученных распределений потенциала представлена в статьях [21; 23], в которых показано согласование опытных и расчетных значений потенциалов.

Выводы

Выявлена и определена аналитическая нелинейная зависимость электрического напряжения между измерительными зондами от параметров распределения примесей в ограниченных неоднородных диффузионно-легированных полупроводниках реальных образцов при проведении исследований на постоянном токе.

Выявлена более значимая локализация силовых характеристик электрического поля вблизи токовых контактов в

диффузионно-легированных полупроводниках по отношению к однородным материалам. Показано существенное концентрирование потенциала в приконтактных областях и одновременное вытеснение плотности тока в объем высоколегированной части неоднородного образца.

Представленные в работе выражения в виде рядов специальных ортогональных функций для распределений электрических полей в неоднородных полупроводниковых пленках и образцах могут быть использованы при анализе экспериментальных данных зондовых измерений, в том числе при рассмотрении результатов сканирующей зондовой микроскопии методом сопротивления растекания. Полученные и проанализированные в работе выражения для электрических полей могут быть использованы для моделирования электрофизических свойств реальных неоднородных материалов электроники и легированных полупроводников.

Список литературы

1. Sze S.M., Li Y., Ng K. K. Physics of semiconductor devices. 4th ed. New Jersey: Wiley, 2021. 944 p.
2. Пасынков В. В., Чиркин Л. К. Полупроводниковые приборы. 9-е изд. М.: Лань, 2021. 480 с.
3. Свистова Т. В. Методы исследования материалов и структур электроники. Воронеж: Воронеж. гос. техн. ун-т, 2013. 225 с.
4. Физические особенности формирования локальных субмикронных ионно-имплантированных областей / Г. Баранов, А. Итальянцев, Н. Герасименко, А. Селецкий // Наноиндустрия. 2018. Т. 11, № 6(85). С. 426–433. <http://dx.doi.org/10.22184/1993-8578.2018.11.6.426.433>.
5. Воротынец В. М., Скупов В. Д. Базовые технологии микро- и нанoeлектроники. М.: Проспект, 2019. 520 с.
6. Introduction to microelectronics to nanoelectronics. Design and technology / B. M. K. Majumder, V. R. Kumbhare, A. Japa, B. K. Kaushik. Boca Raton: CRC Press, 2020. 372 p.
7. Диффузия фосфора и галлия из напыленного слоя фосфида галлия в кремний / Н. Ф. Зикрил-лаев, С. В. Ковешников, Х. С. Турекеев, Н. Норкулов, Н. А. Тачилин // Физика твердого тела. 2022. Т. 64, № 11. С. 1648–1655. <http://dx.doi.org/10.21883/FTT.2022.11.53316.367>.
8. Тилл У., Лаксон Дж. Интегральные схемы: Материалы, приборы, изготовление: [пер. с англ.]. М.: Мир, 1985. 504 с.
9. Диффузия легирующих примесей из полимерных диффузантов и применение этого метода в технологии полупроводниковых приборов. Обзор / Е. Г. Гук, А. В. Каманин, Н. М. Шмидт, В. Б. Шуман, Т. А. Юре // Физика и техника полупроводников. 1999. Т. 33, № 3. С. 257–269. <https://doi.org/10.1134/1.1187676>.
10. Малкович Р. Ш. Математика диффузии в полупроводниках. М.: Наука, 1999. 388 с.
11. Аски Р., Рой Р., Эндрюс Дж. Специальные функции / пер. с англ. под ред. Ю. А. Неретина. М.: МЦНМО, 2013. 652 с.

12. Талипов Н. Х., Войцеховский А. В. Ионная имплантация в узкозонные твердые растворы $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ // Известия вузов. Физика. 2018. Т. 61, № 6(726). С. 3–20. <https://doi.org/10.1007/s11182-018-1490-7>.
13. Филиппов В. В., Лузянин С. Е., Емельянов В. М. Моделирование электрических полей в неоднородных полупроводниках и композитных структурах при зондовых измерениях // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2019. Т. 9, № 3(32). С. 64–78. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42640857>.
14. Гетеродиффузия ниобия, индия, олова при формировании двухслойных систем на монокристаллическом кремнии / Н. Н. Афонин, В. А. Логачева, Ю. С. Шрамченко, А. М. Ховив // Журнал неорганической химии. 2011. Т. 56, № 5. С. 821–825. <https://doi.org/10.1134/S0036023611050020>.
15. Афонин Н. Н., Логачева В. А., Ховив А. М. Перераспределение компонентов в системе ниобий-кремний при высокотемпературном протонном облучении // Физика и техника полупроводников. 2011. Т. 45, № 12. С. 1678–1680. <https://doi.org/10.1134/S1063782611120025>.
16. Луганский Л. Б., Цебро В. И. Четырехзондовые методы измерения удельного сопротивления образцов, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда // Приборы и техника эксперимента. 2015. Т. 58, № 1. С. 122–133. <https://doi.org/10.7868/S0032816215010206>.
17. Бондаренко В. Б., Давыдов С. Н., Филимонов А. В. Естественные неоднородности потенциала на поверхности полупроводника при равновесном распределении примеси // Физика и техника полупроводников. 2010. Т. 44, № 1. С. 44–47. <https://doi.org/10.1134/S1063782610010069>.
18. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2019. 656 с.
19. Webster A. Partial differential equations of mathematical physics. Second edition (Dover Books on Mathematics). New York: Dover Publications Inc. 2016. 464 p.
20. Voigtlander B. Scanning probe microscopy. Atomic force microscopy and scanning tunneling microscopy. Berlin: Springer, 2015. 382 p.
21. Лузянин С. Е., Филиппов В. В. Методика измерения электропроводности диффузионно-легированных полупроводников и сопротивления контактов металл-полупроводник // Прикладная физика. 2022. № 6. С. 43–50. <https://doi.org/10.51368/1996-0948-2022-6-43-50>.
22. Черняк А. А., Черняк Ж. А. Математические расчеты в среде Mathcad. М.: Юрайт, 2023. 163 с.
23. Filippov V. V., Vlasov A. N. Probe measurements of the potential distribution in anisotropic semiconductor crystals and films // Russian Microelectronics. 2013. Vol. 42, no 7. P. 428–432. <https://doi.org/10.1134/S1063739712070190>

References

1. Sze S. M., Li Y., Ng K. K. Physics of semiconductor devices. 4th ed. New Jersey, Wiley Publ., 2021. 944 p.
2. Pasynkov V. V., Chirkin L. K. Poluprovodnikovye pribory [Semiconductor devices]. 9th ed. Moscow, Lan' Publ., 2021. 480 p.
3. Svistova T. V. Metody issledovaniya materialov i struktur elektroniki [Methods for the study of materials and structures of electronics]. Voronezh, Voronezh St. Technical Univ. Publ., 2013. 225 p.
4. Baranov G., Italyantsev A., Gerasimenko N., Seletskiy A. Fizicheskie osobennosti formirovaniya lokal'nykh submikronnykh ionno-implantirovannykh oblastei [Physical Features of Formation of Local Submicron Ion-implanted Regions]. *Nanoindustriya = Nanoindustry*, 2018, vol. 11, no. 6(85), pp. 426–433. <http://dx.doi.org/10.22184/1993-8578.2018.11.6.426.433>
5. Vorotyncev V. M., Skupov V. D. Bazovye tekhnologii mikro- i nanoelektroniki [Basic technologies of micro- and nanoelectronics]. Moscow, Prospekt Publ., 2019. 520 p.
6. Majumder B. M. K., Kumbhare V. R., Japa A., Kaushik B. K. Introduction to microelectronics to Nanoelectronics. Design and Technology. Boca Raton, CRC Press, 2020. 372 p.
7. Zikrillayev N. F., Koveshnikov S. V., Turekeev H. S., Norkulov N., Tachilin N. A. Diffuziya fosfora i galliya iz napylennoy sloya fosfida galliya v kremnii [Diffusion of phosphorus and gallium from a deposited layer of gallium phosphide into silicon]. *Fizika tverdogo tela = Physics of the Solid State*, 2022, vol. 64(11), pp. 26. <http://dx.doi.org/10.21883/PSS.2022.11.54183.367>

8. Till W., Lacson J. Integral'nye skhemy: Materialy, pribory, izgotovlenie [Integrated Circuits: Materials, Devices, and Fabrication]. Moscow, Mir Publ., 1982. 504 p.
9. Guk E. G., Kamanin A. V., Shmidt N. M., Shuman V. B., Yurre T. A. Diffuziya legiruyushchikh primesei iz polimernykh diffuzantov i primeneniye etogo metoda v tekhnologii poluprovodnikovyykh priborov. Obzor [Diffusion of impurities from polymer diffusants and its application in the technology of semiconductor devices. Review]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov = Semiconductors*, 1999, vol. 33, no. 3, pp. 265–275. <https://doi.org/10.1134/1.1187676>
10. Malkovich R. Sh. Matematika diffuzii v poluprovodnikah [Mathematics of diffusion in semiconductors]. Moscow, Nauka Publ., 1999. 389 p.
11. Askey R., Andrews G. E., Roy R. Spetsial'nye funktsii [Special Functions]. Moscow, MCHMO Publ., 2013. 652 p.
12. Talipov N. K., Voitsekhovskii A. V. Ionnaya implantatsiya v uzkozonnye tverdye rastvory $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ [Ion Implantation in Narrow-GaP $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ solid Solutions]. *Izvestiya vuzov. Fizika = Russian Physics Journal*, 2018, vol. 61, no. 6, pp. 1005–1023. <https://doi.org/10.1007/s11182-018-1490-7>.
13. Filippov V. V., Luzyanin S. E., Emelyanov V. M. Modelirovanie elektricheskikh polej v neodnorodnykh poluprovodnikah i kompozitnykh strukturah pri zondovykh izmereniyah [Modelling of Electric Fields in Inhomogeneous Semiconductors and Composite Structures with Probe Measurements]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technology*, 2019, vol. 9, no. 3(32), pp. 64–78.
14. Afonin N. N., Logacheva V. A., Shramchenko Y. S., Khoviv A. M. Geterodiffuziya niobiya, indiya, olova pri formirovanii dvukhsloinykh sistem na monokristallicheskom kremnii [Niobium, indium, and tin heterodiffusion during formation of two-layer systems on silicon single crystals]. *Zhurnal neorganicheskoi khimii = Russian Journal of Inorganic Chemistry*, 2011, vol. 56, no. 5, pp. 771–775. <https://doi.org/10.1134/S0036023611050020>
15. Afonin N. N., Logacheva V. A., Khoviv A. M. Pereraspredelenie komponentov v sisteme niobii-kremnii pri vysokotemperaturnom protonnom obluchenii [Redistribution of components in the niobium-silicon system under high-temperature proton irradiation]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov = Semiconductors*, 2011, vol. 45, no. 12, pp. 1617–1619. <https://doi.org/10.1134/S1063782611120025>
16. Lugansky L. B., Tsebro V. I. Chetyrekhzondovye metody izmereniya udel'nogo soprotivleniya obraztsov, imeyushchikh formu pryamougol'nogo parallelepipeda [Four-Probe Methods for Measuring the Resistivity of Samples in the Form of Rectangular Parallelepipeds]. *Pribory i tekhnika eksperimenta = Instruments and Experimental Techniques*, 2015, vol. 58, no. 1, pp. 118–129. <https://doi.org/10.7868/S0032816215010206>
17. Bondarenko V. B., Davydov S. N., Filimonov A. V. Estestvennye neodnorodnosti potentsiala na poverkhnosti poluprovodnika pri ravnovesnom raspredelenii primesi [Inherent potential inhomogeneity on the semiconductor surface for equilibrium impurity distribution. Semiconductors]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov = Semiconductors*, 2010, vol. 44, no. 1, pp. 41–44. <https://doi.org/10.1134/S1063782610010069>
18. Landau L. D., Lifshic E. M. Elektrodinamika sploshnykh sred [Electrodynamics of continuous media]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2019. 656 p.
19. Webster A. Partial differential equations of mathematical physics. Second edition (Dover Books on Mathematics). New York, Dover Publications Inc., 2016. 464 p.
20. Voigtlander B. Scanning Probe Microscopy. Atomic Force Microscopy and Scanning tunneling microscopy. Berlin, Springer Publ., 2015. 382 p.
21. Luzyanin S. E., Filippov V. V. Metodika izmereniya elektroprovodimosti diffuzionno-legirovannykh poluprovodnikov i soprotivleniya kontaktov metall-poluprovodnik [Method for measuring the electrical conductivity of diffusion-doped semiconductors and the resistance of metal-semiconductor contacts]. *Prikladnaya fizika = Prikladnaya fizika*, 2022, no. 6, pp. 43–50. <https://doi.org/10.51368/1996-0948-2022-6-43-50>
22. Chernyak A. A., Chernyak Zh. A. Matematicheskie raschety v srede Mathcad [Mathematical calculations in the Mathcad environment]. Moscow, Yurajt Publ., 2023. 163 p.
23. Filippov V. V., Vlasov A. N. Probe measurements of the potential distribution in anisotropic semiconductor crystals and films. *Russian Microelectronics*, 2013, vol. 42, no. 7, pp. 428–432. <https://doi.org/10.1134/S1063739712070190>

Информация об авторах / Information about the Authors

Филиппов Владимир Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математики и физики института естественных, математических и технических наук, Липецкий государственный педагогический университет имени П. П. Семенова-Тян-Шанского; Московский государственный университет технологий и управления имени К. Г. Разумовского (Первый казачий университет), Липецкий казачий институт технологий и управления (филиал), г. Липецк, Российская Федерация, e-mail: wwfilippow@mail.ru, ORCID: 0000-0003-4323-351X

Лузянин Сергей Евгеньевич, старший преподаватель кафедры информатики, информационных технологий и защиты информации, Липецкий государственный педагогический университет имени П. П. Семенова-Тян-Шанского, г. Липецк, Российская Федерация, e-mail: luzyanin_se@mail.ru, ORCID: 0000-0002-9788-6500

Мицук Сергей Васильевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики, информационных технологий и защиты информации, Липецкий государственный педагогический университет имени П. П. Семенова-Тян-Шанского, г. Липецк, Российская Федерация, e-mail: directorat-IEMiTN@yandex.ru, ORCID: 0000-0003-0243-4593

Vladimir V. Filippov, Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Professor of the Department of Mathematics and Physics of the Institute of Natural, Mathematical and Technical Sciences, Lipetsk State Pedagogical University named after P. P. Semenov-Tyan-Shansky, Moscow State University of Technologies and management named after K. G. Razumovsky (First Cossack University), Lipetsk branch, Lipetsk, Russian Federation, e-mail: wwfilippow@mail.ru, ORCID: 0000-0003-4323-351X

Sergey E. Luzyanin, Senior Lecturer of the Department of Informatics, Information Technologies and Information Security, Lipetsk State Pedagogical University named after P. P. Semenov-Tyan-Shansky, Lipetsk, Russian Federation, e-mail: luzyanin_se@mail.ru, ORCID: 0000-0002-9788-6500

Sergey V. Mitsuk, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor of the Department of Informatics, Information Technologies and Information Security, Lipetsk State Pedagogical University named after P. P. Semenov-Tyan-Shansky, Lipetsk, Russian Federation, e-mail: directorat-IEMiTN@yandex.ru, ORCID: 0000-0003-0243-4593