

УДК 53.083.5:537.622.3

<https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-3-89-104>

## **О методе дифференциальной прогонки для получения кривых намагничивания ферроколлоидов**

**М. А. Косков<sup>1</sup> ✉, А. В. Лебедев<sup>1</sup>, А. С. Иванов<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук ул. Ак. Королева, д. 1, г. Пермь 614013, Российская Федерация

✉ e-mail: koskov.m@icmm.ru

### **Резюме**

**Цель.** Обоснование и описание лабораторного метода измерения кривых статического намагничивания, специализированного для ферроколлоидов.

**Методы.** Метод измерения основан на парамагнетизме магнитных коллоидов, а также квазилинейном отклике их намагниченности на малые возмущения внешнего магнитного поля. Для получения кривой намагничивания исследуемый образец ферроколлоида помещается в постоянное однородное поле лабораторного электромагнита с железным ярмом. Путём низкочастотной модуляции тока в катушках электромагнита на постоянное поле накладывается сонаправленное с ним возмущение. Информация об отклике образца на возмущение внешнего поля – дифференциальной магнитной восприимчивости ферроколлоида – собирается при помощи электрических измерений. Эти измерения проводятся с использованием классической компенсационной схемы из двух встречновключенных катушек, в одной из которых находится исследуемый образец. Проведение (прогонка) измерений в широком диапазоне приложенных полей позволяет набрать последовательность экспериментальных значений дифференциальной восприимчивости, из которой путём численного интегрирования восстанавливается искомая кривая намагничивания.

**Результаты.** Собрана экспериментальная установка для измерения кривых намагничивания ферроколлоидов. Предложено теоретическое описание компенсационной электрической измерительной схемы установки. Настройка схемы осуществлена в рамках серии калибровочных опытов, направленных на установление неизвестных из теории материальных параметров установки. На примере ферроколлоида типа «магнетит – керосин – олеиновая кислота» продемонстрирован как процесс получения первичных экспериментальных данных, так и их последующая обработка, включающая в себя процедуру численного интегрирования. Установлено, что использование методов интегрирования большего порядка точности позволяет уменьшить количество необходимых экспериментальных точек и ускорить процесс измерения без снижения качества получаемых кривых.

**Заключение.** Описан, обоснован и реализован с использованием лабораторного оборудования пригодный для ферроколлоидов метод измерения кривой намагничивания дифференциальной прогонкой.

**Ключевые слова:** ферроколлоид; кривая намагничивания; дифференциальная магнитная восприимчивость; электрические измерения.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Российской академии наук (рег. № АААА-А20-120020690030-5).

**Конфликт интересов:** Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

**Для цитирования:** Косков М. А., Лебедев А. В., Иванов А. С. О методе дифференциальной прогонки для получения кривых намагничивания ферроколлоидов // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2023. Т. 13, № 3. С. 89–104. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-3-89-104>

Поступила в редакцию 18.07.2023

Подписана в печать 20.08.2023

Опубликована 29.09.2023

## About the Differential Sweep Method for Measuring of Ferrocolloids Magnetization Curves

Mikhail A. Koskov<sup>1</sup> ✉, Alexandr V. Lebedev<sup>1</sup>, Aleksey S. Ivanov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences  
Koroleva Str. 1, Perm 614013, Russian Federation

✉ e-mail: koskov.m@icmm.ru

### Abstract

**Purpose.** Justification and description of a laboratory method for measuring static magnetization curves specialized for ferrocolloids.

**Methods.** The measurement method is based on the paramagnetism of magnetic colloids and the quasi-linear response of their magnetisation to small perturbations of the external magnetic field. To obtain the magnetisation curve, the studying ferrocolloid sample is placed in a constant homogeneous field of a laboratory electromagnet with an iron core. By low-frequency modulation of the current in the coils of the electromagnet, a co-directional perturbation is applied to the constant field. Information about the response of the sample to the external field perturbation - the differential magnetic susceptibility of ferrocolloid - is extracted by electrical measurements. These measurements are carried out using a classical compensation device of two counter-connected wire coils, one of which contains the investigated sample. Conducting (sweeping) the measurements in a wide range of applied fields allows to collect a sequence of experimental values of differential susceptibility from which the desired magnetisation curve is reconstructed by numerical integration.

**Results.** The experimental setup for measuring the magnetisation curves of ferrocolloids was assembled. A theoretical description of the compensating electrical measuring device of the setup was proposed. The adjustment of the electrical scheme was carried out within several series of calibration experiments aimed at establishing the material parameters of the setup that were unknown from the theory. On the example of ferrocolloid of the type "magnetite - kerosene - oleic acid" both the process of obtaining primary experimental data and their subsequent processing, including the procedure of numerical integration, were demonstrated. It is established that the use of integration methods of a higher accuracy allows reducing the number of required experimental points and accelerating the measurement process without reducing the quality of the obtained curves.

**Conclusion:** The method applicable for measuring the magnetisation curves of ferrocolloids by differential sweeping is described, substantiated and implemented using laboratory equipment.

**Keywords:** ferrocolloid; magnetisation curve; differential magnetic susceptibility; electrical measurements.

**Funding:** This work was performed within the framework of the Program of Fundamental Research of the Russian Academy of Sciences (registration number: АААА-А20-120020690030-5).

**Conflict of interest:** The authors declare no apparent or potential conflicts of interest related to the publication of this article.

**For citation:** Koskov M. A., Lebedev A. V., Ivanov A. S. About the Differential Sweep Method for Measuring of Ferrocoldoids Magnetization Curves. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*. 2023; 13(3): 89–104. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-3-89-104>

Received 18.07.2023

Accepted 20.08.2023

Published 29.09.2023

\*\*\*

## Введение

Магнитные жидкости (ферроколлоиды) представляют собой устойчивые коллоидные растворы ферро- или ферри-магнитных частиц в жидкости носителе [1–3]. Научный и прикладной интерес к магнитным коллоидам обусловлен их широким применением в технике. Ферроколлоиды используются в системах герметизации вращающихся валов [4; 5] и магнито-жидкостной сепарации сыпучих материалов [6]. Активно предпринимаются попытки использовать магнитную жидкость в безнасосных системах охлаждения электроники [7; 8] и в качестве жидкого подвеса чувствительных элементов инерциальных датчиков механических воздействий [9; 10].

Основной паспортной характеристикой магнитной жидкости является кривая намагничивания, описывающая зависимость намагниченности жидкости  $M$  от напряжённости поля  $H$ .  $M(H)$  является материальным уравнением, необходимым для расчёта пондеромоторных сил, возникающих при взаимодействии феррожидкости с внешним магнитным полем. Помимо этого, кривая намагничивания позволяет получить сведения о дисперсном составе коллоида путём магнитогранулометрического анализа, т. е. математически из анализа кривой  $M(H)$  выяснить; частицы с какими магнитными моментами  $m$  и в каких долевых соотношениях присутствуют в растворе. Результат анализа может быть представлен в виде функции распределения  $f(m)$ . Ввиду однодоменности коллоидных частиц их магнитный момент однозначным образом определяется размером магнитных ядер  $x$ , поэтому кривая намагничивания позволяет получить

функцию распределения частиц по размерам  $f(x)$  [11].

Проблема, решению которой посвящена настоящая работа, состоит в том, что для ферроколлоидов неприменимы известные классические способы измерения намагниченности, такие как метод вибрирующего образца и баллистический метод. Эта особенность магнитных жидкостей обусловлена вращательной и трансляционной подвижностью коллоидных частиц, придающих ей магнитные свойства. Ферроколлоиды парамагнитны, т. е. их кривая намагничивания безгистерезисна. Казалось бы, это должно упростить измерения. На самом деле ситуация усложняется по причине образования из частиц капельных агрегатов микронных размеров в магнитном поле [12; 13]. Метод вибрирующего образца оказывается непригоден из-за запаздывания движения крупных капельных агрегатов относительно контейнера. Другой причиной, исключающей измерение кривой намагничивания ферроколлоидов вибрационным методом, является невозможность получения малого размагничивающего фактора образца. Это препятствует измерению начальной восприимчивости жидкости с точностью, пригодной для выполнения магнитогранулометрического анализа [14].

В баллистическом методе измерения кривых намагничивания используются образцы магнетиков в виде длинных цилиндров, что решает проблему получения малого размагничивающего фактора, впрочем, агрегирование частиц во внешнем магнитном поле также делает этот метод непригодным для ферроколлоидов. Характерное время образования агрегатов составляет десятки или сотни секунд, то-

гда как в баллистическом методе характерное время измерений не превышает нескольких секунд.

В настоящей работе описывается лишенный вышеуказанных недостатков метод измерения кривой намагничивания путём дифференциальной прогонки. Метод основан на измерении дифференциальной магнитной восприимчивости образца магнитной жидкости

$$\chi(H) = \left. \frac{dM}{dH} \right|_H \quad (1)$$

в направлении постоянного намагничивающего поля  $H$ . Намагниченность находится интегрированием (1) с присущим всем парамагнетикам начальным условием  $M(0) = 0$ :

$$M(H) = \int_0^H \chi(H) dH. \quad (2)$$

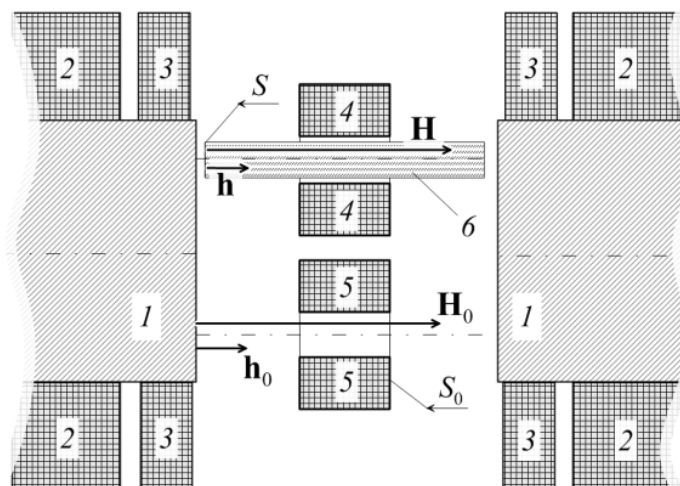
*Цель работы* – подробно изложить и обосновать метод измерения кривых намагничивания магнитных жидкостей дифференциальной прогонкой, а также описать действующую экспериментальную установку. Внимание в работе акцентируется как на аппаратном оформлении установки и получении первичных экспериментальных данных, так и на их последующей обработке, в особенности на процедуре численного интегрирования (2). Рассматривается влияние выбора метода интегрирования на требуемое количество экспериментальных точек (1), необходимое для достижения наилучшей точности получаемых кривых.

## Материалы и методы

Лабораторная установка (рис. 1) состоит из измерительной ячейки, расположенной в зазоре между полюсными наконечниками электромагнита ЭМ-1 с ярмом из электротехнической стали  $I$ . Наконечники электромагнита плоские, круглого сечения диаметром 80 мм, имеют возможность осевого перемещения для удобства

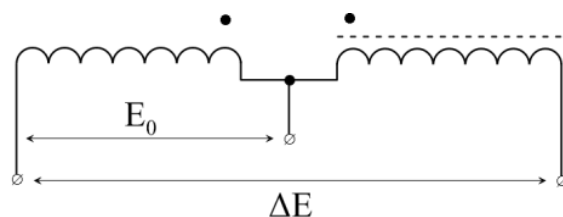
монтажа измерительной ячейки с минимальным воздушным зазором. Обмотка электромагнита выполнена медным одножильным эмалированным проводом диаметром 0,55 мм и включает в себя две намагничивающие 2 и две модулирующие 3 катушки. Каждая намагничивающая катушка содержит 21600 витков провода. Катушки соединены параллельно и подключены к трём последовательно соединённым регулируемым источникам стабилизированного постоянного напряжения НУ 5003-D. Подключение выполнено через реверсивный переключатель, позволяющий менять направление тока. Соединённые параллельно модулирующие катушки содержат по 6800 витков и подключены к генератору синусоидального напряжения AWG4112. Измерение напряжённости поля  $H_0$  в рабочем зазоре электромагнита производится цифровым миллитесламером с автоматическим выбором диапазона измерений РШ1-10.

Измерительная ячейка представляет собой классическую компенсационную схему. В пластиковом корпусе (на рис. 1 не показан) размещены две одинаковые катушки – измерительная 4 и компенсационная 5. Катушки выполнены многослойными прямоугольного сечения. Внутри измерительной катушки находится тонкостенный цилиндрический контейнер 6 из немагнитного материала (латунь), длина которого в три раза больше длины катушки. Контейнер заполняется исследуемым образцом магнитной жидкости. Компенсационная и измерительная катушки электрически соединены между собой согласно схеме (рис. 2). Выводы катушек подключены к аналого-цифровому преобразователю Лаи24USB, исполняющему роль вольтметра с высоким внутренним сопротивлением. Оцифрованный сигнал с преобразователя передаётся на персональный компьютер, где производится его окончательная обработка. В частности, производится накопление результатов измерений. Диапазоны рабочих параметров установки приведены в таблице 1.



**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки с указанием действующих магнитных полей:  
1 – ярмо электромагнита; 2 – намагничивающие катушки; 3 – модулирующие катушки;  
4 – измерительная катушка; 5 – компенсационная катушка; 6 – образец ферроколлоида

**Fig. 1.** Schematic diagram of the experimental setup with indication of operating magnetic fields:  
1 – electromagnet core; 2 – magnetizing coils; 3 – modulating coils; 4 – measuring coil;  
5 – compensation coil, 6 – ferocolloid sample



**Рис. 2.** Схема соединения компенсационной и измерительной катушек

**Fig. 2.** Electrical connection of compensation and measuring coils

**Таблица 1.** Основные рабочие параметры установки

**Table 1.** Main operating parameters of the measuring device

| Параметр / Parameter                                                                                                | Значение / Value |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Напряжение на намагничивающей обмотке электромагнита, В<br>Voltage on the magnetizing coils of the electromagnet, V | 0–180            |
| Индукция поля в зазоре электромагнита, мТл<br>Field induction in the electromagnet gap, mTl                         | 0–600            |
| Напряжение модулирующего сигнала, В<br>Modulating signal voltage, V                                                 | 0,5–10           |
| Частота модулирующего сигнала, Гц<br>Modulating signal frequency, Hz                                                | 0,5              |
| Амплитуда индукции зондирующего поля, мТл<br>Amplitude of the probing field induction, mTl                          | 0,2–3            |
| Период накопления результатов измерения ЭДС, с<br>Time of accumulation of EMF measurement results, s                | 6                |
| Количество измерений в периоде<br>Number of measurements in one time period                                         | 300              |

Рассмотрим формирование опорного  $E_0$  и разностного  $\Delta E$  сигналов на выводах измерительной ячейки (см. рис. 1). Компенсационную катушку пронизывает однородное магнитное поле с индукцией  $\mu_0(\mathbf{H}_0 + \mathbf{h}_0)$ , где  $H_0$  – постоянное намагничивающее поле,  $h_0 = h_0(t)$  – гармонически меняющееся во времени  $t$  переменное поле. Опорная ЭДС

$$E_0 = -\mu_0 W_0 S_0 \frac{dh_0}{dt}, \quad (3)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;  $W_0$  – количество витков провода в компенсационной катушке;  $S_0$  – эквивалентная площадь поперечного сечения многослойной компенсационной катушки, приходящаяся на один виток. Разностное напряжение – геометрическая сумма (см. рис. 2) двух ЭДС: опорной и наведённой в измерительной катушке  $\Delta E = E - E_0$ . Для теоретического описания предположим, что напряжённость магнитного поля всюду в сечении измерительной катушки равна таковой  $\mathbf{H} + \mathbf{h}$  внутри образца, где  $H$  и  $h = h(t)$  – постоянная и изменяющаяся во времени компоненты соответственно. Выдвинутое допущение может быть обосновано требованием непрерывности тангенциальной компоненты напряжённости на боковой поверхности образца. ЭДС в измерительной катушке

$$E = -\mu_0 W (S - s) \frac{dh}{dt} - \mu_0 W s \left( \frac{dh}{dt} + \frac{dM}{dt} \right), \quad (4)$$

где  $W$  – количество витков провода в измерительной катушке;  $S$  – эквивалентная площадь её поперечного сечения;  $s$  – площадь поперечного сечения образца.

При проведении измерений зондирующее поле выбирается малым для того, чтобы в интервале напряжённостей  $(H, H + h)$  дифференциальная восприимчивость могла считаться постоянной и равной  $\chi(H)$ . Это требование удовлетворяется, если параметр Лан-

жевена  $\xi(h) = \mu_0 m h / k_B T \ll 1$ , где  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура;  $m$  – магнитный момент частицы. Средний по ансамблю магнитный момент  $\langle m \rangle$  частиц ферроколлоида на основе магнетита по порядку величины обычно составляет  $10^{-20} \dots 10^{-18}$  А·м<sup>2</sup> [15–17]. Несложные оценки показывают, что в поле с амплитудой напряжённости около 200 А/м и температурах близких к комнатной ( $\approx 300$  К), условие  $\xi(h) \ll 1$  выполняется хорошо.

Магнитный коллоид – парамагнетик и по мере увеличения намагничивающего поля кривизна кривой  $M(H)$  уменьшается. Следовательно, дифференциальная восприимчивость в сильных полях изменяется медленнее, что позволяет на практике увеличить амплитуду зондирующего поля до нескольких килоампер на метр. Контейнер для ферроколлоида изготавливался таким образом, чтобы размагничивающий фактор  $k$  вдоль оси образца был сколь возможно минимальным. В связи с этим следует ожидать, что зондирующее поле внутри образца  $h$  мало отличается от такового в остальном пространстве зазора электромагнита  $h_0$ . Таким образом, оценка амплитуды  $h$  пригодна и для  $h_0$  (см. табл. 1).

Помимо малой амплитуды зондирующее поле должно обладать низкой частотой, чтобы обеспечить квазистатический режим намагничивания. Частота модулирующего сигнала  $\nu$  должна удовлетворять требованию  $2\pi\nu\tau \ll 1$ , где  $\tau$  – характерное время разворота магнитных моментов частиц в направлении приложенного поля (время релаксации). Полидисперсность частиц ферроколлоида и наличие в растворе наноразмерных агрегатов обуславливает широкий спектр времён релаксации. Впрочем при комнатной температуре эти времена не превышают  $10^{-2}$  с [15–18], поэтому при  $\nu = 0,5$  Гц можно считать, что намагниченность меняется синфазно с зондирующим полем. Пользуясь аддитивностью интеграла (2), запишем

$$M(H+h) = \int_0^H \chi(H) d'H + \chi(H)h. \quad (5)$$

Напряжённость поля внутри образца однозначно определяется напряжённостью намагничивающего поля

$$H+h = H_0 + h_0 - \kappa M. \quad (6)$$

Взятие производной по времени и подстановка в (5) позволяет переписать формулу (2) для ЭДС в измерительной катушке

$$E = -\mu_0 WS \frac{1}{1 + \kappa \chi(H)} \frac{dh_0}{dt} - \mu_0 WS \frac{\chi(H)}{1 + \kappa \chi(H)} \frac{dh_0}{dt}.$$

Компенсационная катушка изготавливалась таким образом, чтобы разностный сигнал  $\Delta E$  в отсутствие образца был равен нулю. Как несложно заметить, это соответствует условию  $S_0 W_0 = SW$ . Оно было удовлетворено путём варьирования количества витков в компенсационной катушке:  $W_0 = 2035$  против  $W = 2000$  в измерительной. Разностный сигнал при наличии образца

$$\Delta E = -\mu_0 (WS - \kappa W_0 S_0) \chi_{\text{mes}}(H_0) \frac{dh_0}{dt}, \quad (7)$$

где введено обозначение

$$\chi_{\text{mes}}(H_0) = \frac{\chi(H)}{1 + \kappa \chi(H)}. \quad (8)$$

«Измеряемая» восприимчивость выражается через отношение разностного сигнала (7) к опорному (3):

$$\chi_{\text{mes}} = C \frac{\Delta E}{E_0}. \quad (9)$$

Постоянной  $C$  заменена комбинация  $W_0 S_0 / (WS - \kappa S_0 W_0)$ , которая, как и размагничивающий фактор  $\kappa$ , является величиной, зависящей исключительно от геометрии экспериментальной установки. Заметим, что реальное поле внутри измери-

тельной катушки неоднородно – оно непрерывным образом меняется от  $H$  на поверхности образца до  $H_0$  на большом расстоянии от него. Поэтому реальное значение  $C$  должно быть несколько меньшим. Оценить «снизу» значение  $C$  можно, если предположить, что размагничивающее поле образца ферроколлоида не искажает поля в окружающем пространстве, т. е. всюду вне образца напряжённость поля равна  $H_0 + h_0$ . В этом случае из (4)–(9) получим  $C = W_0 S_0 / (WS - \kappa W S)$ .

Формула (9) кажется удобной, впрочем для реального эксперимента она непригодна. Дело тут в том, что ЭДС изменяется прямо пропорционально изменению зондирующего поля и при  $dh_0 / dt \rightarrow 0$  возникает неопределённость деления бесконечно малых величин. Для преодоления этого затруднения производится накопление результатов измерения ЭДС в течение целого числа периодов изменения поля и вычисление среднеквадратичного отклонения (СКО). Разностный и опорный сигналы в (9) заменяются на СКО( $\Delta E$ ) и СКО( $E_0$ ).

Из измеренных значений  $\chi_{\text{mes}}(H_0)$  можно с помощью (8) найти дифференциальную восприимчивость образца ферроколлоида  $\chi(H)$ , однако выделить напряжённость поля  $H$  внутри образца нельзя, впрочем вычисление интеграла (2) оказывается возможным. Для этого используем (6) для постоянного во времени поля и найдём дифференциал  $dH = dH_0 + \kappa \chi(H) dH$ , подстановка которого в (2) с учётом (8) даёт

$$M(H) = \int_0^{H_0} \chi_{\text{mes}}(H_0) d'H_0. \quad (10)$$

Интегрирование производится по набору экспериментальных точек (9) любым численным методом, например методом трапеций или методом Симпсона. Формулы (6), (8)–(10) исчерпывают воз-

возможности метода дифференциальной прогонки и позволяют получить две материальные зависимости:  $M(H)$  и  $\chi(H)$ .

Постоянные  $C$  и  $k$  для формул (8), (9) определялись в нескольких сериях калибровочных опытов. Первая серия включала два независимых эксперимента, нацеленных на измерение эквивалентной площади компенсационной катушки  $S_0$ . Первый эксперимент заключался в сравнении сигнала, индуцируемого в компенсационной катушке переменным магнитным полем, с сигналом от эталонной катушки с точно известной площадью поперечного сечения. Еталонная катушка имела однослойную обмотку на цилиндре известного диаметра. Эквивалентная площадь составила  $S_0 W_0 = 0,1257 \text{ м}^2$ . Во втором эксперименте эквивалентная площадь определялась по изменению магнитного потока при перевороте катушки во внешнем магнитном поле с известной индукцией. Измеренное таким образом значение  $S_0 W_0 = 0,1244 \text{ м}^2$ . В расчётах использовалось среднее значение  $S_0 W_0 = 0,1248 \text{ м}^2$ .

Площадь поперечного сечения  $s$  цилиндрического контейнера для образцов рассчитывалась по его внутреннему диаметру, измеренному на инструментальном микроскопе:  $D = 4,50 \text{ мм}$ ,  $s = 15,90 \text{ мм}^2$ .

Отдельную проблему представляло нахождение размагничивающего фактора для образца внутри зазора электромагнита. Были выполнены две серии опытов по его нахождению. В первой серии сравнивались результаты измерения начальной ( $H_0 = 0$ ) восприимчивости высококонцентрированного образца ферроколлоида в электромагните  $\chi_{\text{mes}} = 24,6$  и с помощью моста взаимной индуктивности  $\chi = 38,2$  [19]. Пользуясь формулой (8), можно рассчитать величину размагничивающего фактора образца в зазоре электромагнита:  $k = (\chi_{\text{mes}} - \chi)\chi^{-1}\chi_{\text{mes}}^{-1} = 0,0145$ . Разумеется, при измерении начальной восприимчивости на мосту взаимной индуктивности размагничивающий фактор также учитывался. Для моста он равнялся 0,007.

Вторая серия опытов состояла в измерении начальной восприимчивости образца ферромагнитного материала с высокой проницаемостью (технического железа). В данном случае  $k\chi \gg 1$ , измеряемая восприимчивость (8) становится равной обратной величине размагничивающего фактора. Определённый таким образом размагничивающий фактор составил  $k = 0,0194$ . Немного бо́льшая величина размагничивающего фактора для образца железа не должна вызывать удивления. Согласно [20] при одинаковых геометрических размерах образец с бо́льшей восприимчивостью должен иметь и бо́льший размагничивающий фактор. Также, очевидно, играет роль и конечность восприимчивости образца железа, поэтому в качестве величины размагничивающего фактора было принято значение  $k = 0,0145$ .

Расчёты постоянной  $C$ , входящей в формулу (9), выполненные на основании данных из калибровочных опытов, дают значения в интервале 3,98–4,16. Для уточнения её значения были выполнены измерения начальной восприимчивости магнитной жидкости умеренной концентрации. При выборе  $C = 4,01$  расхождение с результатами измерений на мосту взаимной индуктивности ( $\chi = 3,746$ ) составило около 0,1%.

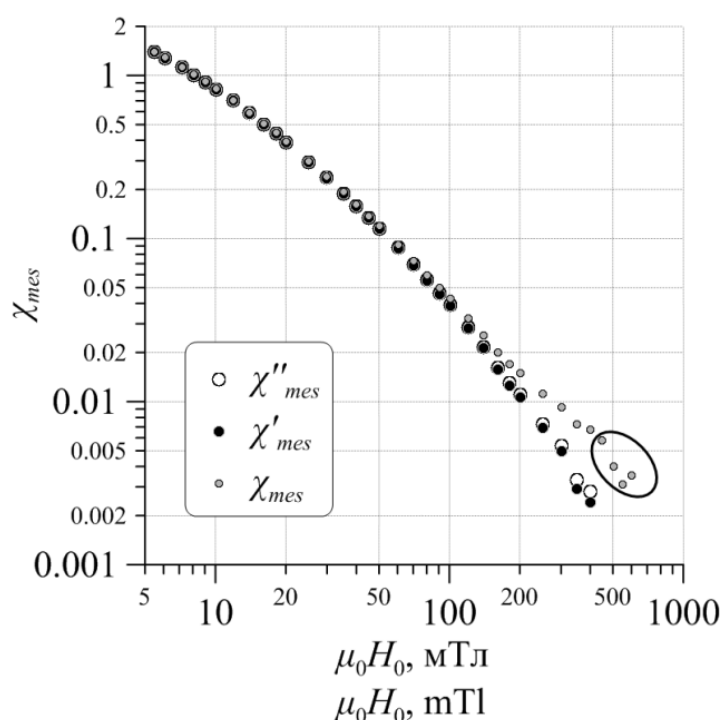
Процесс измерения начинается с компенсации остаточной намагниченности сердечника электромагнита  $H_0 \rightarrow 0$  путём реверсирования тока в намагничивающей обмотке. Включение генератора синусоидального напряжения наводит в зазоре зондирующее поле  $h_0$  и по прошествии времени (около 3–4 периодов колебаний) производится измерение СКО( $\Delta E$ ) и СКО( $E_0$ ). Далее, напряжённость поля последовательно повышается, а измерение ЭДС повторяется для каждого нового значения  $H_0$ . Следует отметить, что шаг между последовательными значениями  $H_0$  должен быть по возможности минимальным, однако много бо́льшим приборной

погрешности миллитесламера, составляющей для РШ1-10:  $0,015B_0(1 + 10B_0^{-1})$ , где  $B_0 = \mu_0 H_0$  – индукция поля в зазоре, мТл. Напряжение на выходе генератора AWG4112 для каждого нового значения  $H_0$  выбирается также сколь возможно минимальным, но таковым, чтобы полезный сигнал был много бóльшим фонового шума. Для оценки величины шума целесообразно предварительно произвести несколько «холостых» измерений в отсутствие образца.

Отметим, что оцифровка сигнала должна производиться с наибольшей возможной точностью, т. е. используется измерение СКО сигналов с точностью до наименьшего значащего разряда. Заканчивается процесс измерений по достижении намагничивающего поля большой напряжённости, при котором СКО( $\Delta E$ ) оказывается сравнимым с уровнем фонового шума даже при предельном модулирующем напряжении.

## Результаты и их обсуждение

По итогу процесса измерений с применением (9) получается экспериментальный набор значений  $\chi_{mes}(H_0)$  (рис. 3). Зачастую в этот момент требуется отброс части результатов, соответствующих сильным полям, случайная погрешность в которых столь существенна, что наблюдается сильная немонотонность зависимости  $\chi_{mes}(H_0)$ . Считается, что случайная погрешность для оставшихся результатов незначительна. Дальнейший анализ фактически, направлен на минимизацию систематической погрешности. Причиной появления систематических ошибок являются допуски в изготовлении измерительной и компенсационной катушек, нелинейная характеристика и гистерезис ярма электромагнита, неоднородность поля в рабочем зазоре электромагнита, неоднородность поля вблизи образца и т. п.



**Рис. 3.** Экспериментальные значения измеряемой дифференциальной магнитной восприимчивости с учётом корректирующих поправок (эллипсом выделены точки, признанные непригодными для анализа)

**Fig. 3.** Experimental values of the measured differential magnetic susceptibility with constant correction coefficients (the points unsuitable for analysis are marked with an ellipse)

Учёт систематической погрешности  $\delta'$  ведётся в предположении о её монотонности. Незвестная монотонно зависящая от  $H_0$  функция может быть представлена в виде разложения по степеням:

$$\delta' = \dots + \delta_{-1}H_0^{-1} + \delta_0 + \delta_1H_0^1 + \dots,$$

где  $\delta_i$  – неизвестные постоянные. Если  $\delta_{-1}, \delta_{-2}, \dots$  конечны, то в слабом поле экспериментально должен наблюдаться нефизичный результат измерения  $\chi_{\text{mes}}$ . В больших полях вклад этих слагаемых не существен. Если же  $\delta_1, \delta_2, \dots$  вносят существенный вклад, то он будет обнаружен в больших полях, а в малых не проявится. Поскольку на практике аномалий в зависимости  $\chi_{\text{mes}}(H_0)$  не наблюдается, можно сделать вывод о том, что наиболее существенна не зависящая от поля поправка  $\delta' = \delta_0$ .

Для поиска поправки рассмотрим намагниченность ферроколлоида в рамках теории эффективного поля

$$M = n \int_0^\infty m f(m) L(\xi_{\text{eff}}) dm, \quad (11)$$

где  $L(\xi_{\text{eff}}) = \coth(\xi_{\text{eff}}) - \xi_{\text{eff}}^{-1}$  – функция Ланжевена;  $f(m)$  – функция распределения частиц по величине магнитного момента;  $n$  – концентрация частиц в растворе. Эффективное поле учитывается введением параметра Ланжевена

$$\xi_{\text{eff}} = \frac{\mu_0 m (H + M/3)}{k_B T}$$

в рамках модели Вейсса для сферической частицы. В случае ферроколлоидов эта модель, предсказывающая состояние «дипольного стекла», доказала свою несостоятельность и, согласно [21], более корректным будет использовать внутри скобок комбинацию  $H + M_L$ , где  $M_L$  – намагниченность, вычисляемая по формуле (11) без учёта поправок на взаимодействие частиц (намагниченность по Ланжевону [3]).

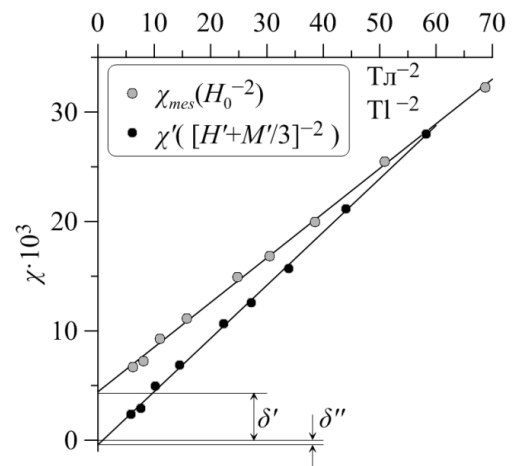
Впрочем модель Вейсса пригодна для поиска поправок. Асимптотика (11) в сильном поле

$$\begin{aligned} M &\approx n \int_0^\infty m f(m) \times \\ &\times \left[ 1 - \frac{k_B T}{\mu_0 m (H + M/3)} \right] dm = \\ &= n \langle m \rangle - \frac{nk_B T}{\mu_0 (H + M/3)} \end{aligned} \quad (12)$$

даёт зависимость дифференциальной восприимчивости (1) от напряжённости поля

$$\chi(H) \approx \frac{nk_B T}{\mu_0 (H + M/3)^2}, \quad (13)$$

согласно которой  $\chi \propto H^{-2}$ . Аналогичную зависимость следует ожидать и от  $\chi_{\text{mes}}(H_0)$ , поэтому будем требовать, чтобы в сильном поле экстраполяция линейной функцией точек  $\chi_{\text{mes}}$ , отложенных по оси ординат в зависимости от  $H_0^{-2}$ , проходила через начало координат (рис. 4).



**Рис. 4.** К процедуре поиска корректирующих поправок путём экстраполяции дифференциальной восприимчивости в область сильных полей. Для удобства значения на оси абсцисс нормированы на  $\mu_0^2$

**Fig. 4.** Procedure of constant correction coefficients searching by extrapolation of differential susceptibility to the region of strong fields. The values on the x-axis are normalized by  $\mu_0^2$

Для удовлетворения этого требования очевидно необходимо введение первой постоянной поправки  $\delta'$ . Обозначим  $\chi'_{\text{mes}} = \chi_{\text{mes}} - \delta'$  измеренную восприимчивость с учётом этой поправки. Скорректированная измеряемая восприимчивость уже может быть использована для построения кривой намагниченности (10).

Рассмотрим процедуру интегрирования подробнее. Присвоим парам экспериментальных значений  $H_0$  и  $\chi'_{\text{mes}}$ , расставленным в порядке возрастания напряжённости намагничивающего поля, индексы  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Одним из самых простых методов интегрирования является метод трапеций. Намагниченность образца во внешнем поле  $H_{0(i)}$ :

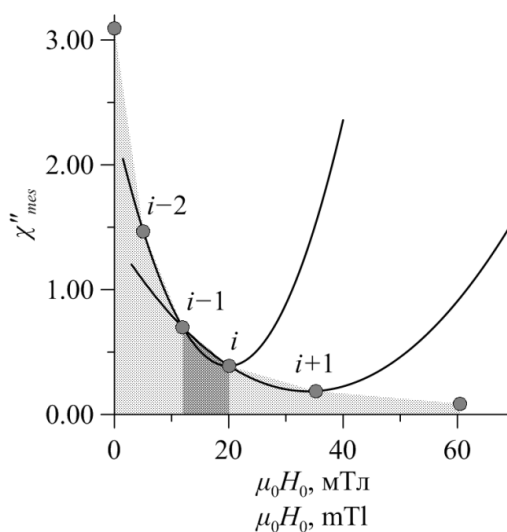
$$M'_i = M'_{i+1} + \frac{\chi'_{\text{mes}(i)} + \chi'_{\text{mes}(i-1)}}{2} \times (H_{0(i)} - H_{0(i-1)}). \quad (14)$$

Применением этой формулы и обусловлена необходимость выдерживать минимально возможный шаг по намагничивающему полю в процессе измерений. Соблюдение минимального шага по  $H_0$  увеличивает длительность и трудоёмкость процесса измерений, что в условиях неавтоматизированного труда повышает вероятность грубых ошибок. Длительное пребывание образца во внешнем поле также нежелательно, ввиду неустранимого явления магнитофореза в жидкости, дрейфа капельных агрегатов к торцам контейнера [12; 22], а также риска частичного испарения носителя (например, керосина), ведущим к появлению систематической ошибки. Наиболее рациональным способом избежать этих проблем является применение методов интегрирования более высокого порядка точности с одновременным укрупнением шага по  $H_0$ . С этой целью интерполируем экспериментальные точки в интервале  $(H_{0(i-1)}, H_{0(i)})$  двумя параблами

$$\begin{aligned} \chi'_{\text{mes}} &= a_{i-1}H_0^2 + b_{i-1}H_0 + c_{i-1}; \\ \chi'_{\text{mes}} &= a_iH_0^2 + b_iH_0 + c_i, \end{aligned}$$

для построения первой параболы используем дополнительную точку с номером  $i-2$ , второй –  $i+1$  (рис. 5). Вычисление коэффициентов, например  $a_i, b_i, c_i$ , состоит в решении системы линейных уравнений

$$\begin{pmatrix} H_{0(i-1)}^2 & H_{0(i-1)} & 1 \\ H_{0(i)}^2 & H_{0(i)} & 1 \\ H_{0(i+1)}^2 & H_{0(i+1)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi'_{\text{mes}(i-1)} \\ \chi'_{\text{mes}(i)} \\ \chi'_{\text{mes}(i+1)} \end{pmatrix}.$$



**Рис. 5.** Интерполяция измеряемой восприимчивости участками квадратных парабол (Площадь закрашенной области соответствует намагниченности образца, мТл)

**Fig. 5.** Interpolation of the measured susceptibility by sections of quadratic parabolas (the shaded area is the magnetization of the sample mTl)

Вклад рассматриваемого интервала в намагниченность рассчитаем как среднее арифметическое площадей под параблами. Намагниченность в поле  $H_{0(i)}$ :

$$\begin{aligned} M'_i &= M'_{i-1} + \frac{(a_{i-1} + a_i)}{6} (H_{0(i)}^3 + H_{0(i-1)}^3) + \\ &+ \frac{(b_{i-1} + b_i)}{4} (H_{0(i)}^2 + H_{0(i-1)}^2) + \\ &+ \frac{(c_{i-1} + c_i)}{2} (H_{0(i)} + H_{0(i-1)}). \end{aligned} \quad (15)$$

Уточним, что при рассмотрении первого интервала  $(0, H_{0(1)})$  экстраполирование параболой производится только по точкам  $\chi'_{\text{mes}(1)}$  и  $\chi'_{\text{mes}(2)}$ , притом при вычислении коэффициентов необходимо потребовать  $b_1 = 0$  ввиду того, что восприимчивость достигает максимума в нулевом поле.  $c_1$  – хорошее приближение измеряемой восприимчивости в нулевом поле  $\chi'_{\text{mes}(0)}$ , из которого с помощью (8) легко получить начальную восприимчивость  $\chi(0)$ , необходимую для магнитогранулометрического анализа. Значение намагниченности в минимально достижимом в эксперименте поле

$$M'_1 = a_1 H_{0(1)}^3 / 3 + c_1 H_{0(1)}.$$

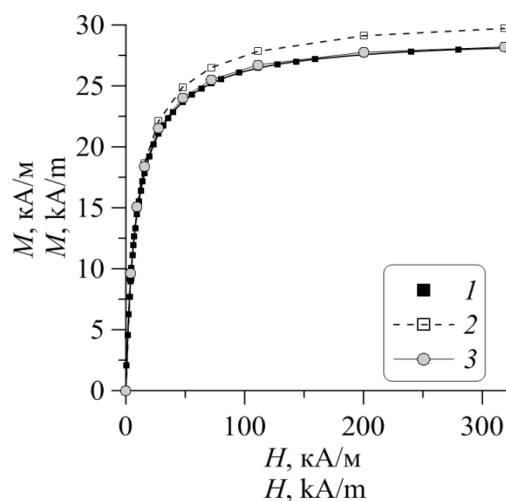
В условиях реального эксперимента, даже с учётом реверсирования тока в катушках электромагнита, достижение нулевого поля в рабочем зазоре затруднительно  $H_{0(1)} \neq 0$ , что приводит к неудобству при пользовании формулой (14) – значение  $M'_1$  из неё неизвестно. Метод интерполяции параболой (15) устраняет это затруднение.

На последнем интервале интегрирование, как не сложно догадаться, ведётся только по ветви «первой» параболы  $a_{i-1}H_0^2 + b_{i-1}H_0 + c_{i-1}$ . Вышеописанная процедура – метод Симпсона, адаптированный для данной задачи.

Знание о намагниченности образца ферроколлоида позволяет воспользоваться (6), (8) и получить материальную зависимость  $\chi'(H')$ . Штрихи над символами означают, что напряжённость магнитного поля в образце и его дифференциальная восприимчивость получены с учётом первой постоянной поправки  $\delta'$ . На данном этапе, однако, нельзя гарантировать корректность полученных значений. Как правило,  $\chi'(H')$  не удовлетворяет требованию (13) и нуждается в дополнительной коррекции в виде второй постоянной поправки  $\delta''$ . Новое исправление вводится экстраполяцией зависимости

$\chi'[(H' + M'/3)^{-2}]$  в сильном поле линейной функцией до пересечения с осью ординат.

Признаком качественно проведённых измерений является  $\delta'' \ll \delta'$  (см. рис. 4). Дифференциальная восприимчивость с учётом второй поправки  $\chi'' = \chi' - \delta''$  принимается истинным свойством образца магнитной жидкости. Измеряемая восприимчивость  $\chi''_{\text{mes}}$ , намагниченность  $M''$  и напряжённость поля  $H''$  вновь пересчитываются с использованием (6), (8), (10). Результат расчёта принимается окончательным. В качестве примера на рисунке 6 представлены две кривые намагничивания одного и того же образца ферроколлоида типа «магнетит – керосин – олеиновая кислота». Разница состоит лишь в методах интегрирования. В одном случае 1–2 интегрирование проводилось по методу трапеций, а в другом 3 – по методу Симпсона.



**Рис. 6.** Кривые намагничивания ферроколлоида, полученные дифференциальной прогонкой: 1 – интегрирование по методу трапеций; 2 – то же на разреженной выборке; 3 – интегрирование методом Симпсона на разреженной выборке

**Fig. 6.** Ferrocolloid magnetisation curves obtained by the differential sweep method: 1 – integration by the trapezoidal method; 2 – the same on a sparse experimental dot set; 3 – integration by the Simpson method on a sparse dot set

Очевидно, что кривые 1 и 3 практически совпадают, однако для построения кривой 3 потребовалось использовать существенно меньше экспериментальных точек: шаг по намагничивающему полю выбирался таковым, чтобы  $\chi_{\text{mes}(i-1)}$  и  $\chi_{\text{mes}(i)}$  отличались в  $\approx 2$  раза. Уменьшение требуемого количества измерительных процедур без снижения качества получаемых кривых – результат использования метода интегрирования бóльшего порядка точности.

## Выводы

В настоящей работе рассмотрен метод измерения кривых намагничивания магнитных жидкостей дифференциальной прогонкой. Приведено описание действующей экспериментальной установки, где источником намагничивающего и коллинеарного ему зондирующего магнитного поля является лабораторный электромагнит с железным ярмом. Предложено обос-

нование метода измерений с перечислением всех вводимых допущений, а именно: однородность намагничивающего поля в зазоре электромагнита, пренебрежение неоднородностью поля вблизи исследуемого образца, квазистационарность намагниченности и пренебрежимо малое изменение восприимчивости в зондирующем поле и, наконец, постоянство систематической ошибки измерения ЭДС. Проиллюстрирован процесс обработки первичных экспериментальных данных с указанием метода обнаружения и устранения систематической ошибки. Путём сравнения двух методов численного интегрирования намагниченности (10): метода трапеций и адаптированного метода Симпсона – на одинаковом наборе входных данных – показано, что использование методов интегрирования более высокого порядка точности уменьшает время измерений за счёт возможности укрупнения шага по намагничивающему полю.

## Список литературы

1. Розенцвейг Р. Феррогидродинамика. М.: Мир, 1989. 356 с.
2. А.с. 457666 СССР, МПК C01G 49/08. Способ получения феррожидкости / Бибик Е. Е., Лавров И. С.; заявитель Ленинградский институт им. Ленсовета. № 1801123 23-26; заявл. 22.06.72; опубл. 25.01.75, Бюл. № 3. 2 с.
3. Шлиомис М. И. Магнитные жидкости // Успехи физических наук. 1974. Т. 122, № 2. С. 427-458. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0112.197403b.0427>.
4. Сайкин М. С. Герметизаторы на основе магнитной наножидкости для валов химических реакторов // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2010. № 4. С. 44–47.
5. Патент № 2721400 Российская Федерация, МПК F16J 15/40. Магнитожидкостное уплотнение вала электродвигателя / Власов А. М., Казаков Ю. Б., Полетаев В. А.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО ИГЭУ им. Ленина. № 2019133087; заявл. 16.10.19; опубл. 19.05.20, Бюл. № 14. 9 с.
6. Kazakov Yu. B., Filippov V. A. Calculation of the performance of the electromagnetic magnetic fluid separator non-magnetic materials // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020. Vol. 950. P. 012003. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/950/1/012003>.
7. Lian W., Xyan Y., Li Q. Design method of automatic energy transport devices based on the thermomagnetic effect of magnetic fluids // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2009. Vol. 52. P. 5451–5458. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.04.031>.
8. A magnetic nanofluid device for excellent passive cooling of light emitting diodes / V. B. Varma, S. K. Cheekati, M. S. Pattanaik, R. V. Ramanujan // Energy Reports. 2022. Vol. 8. P. 7401–7419. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2022.05.237>.

9. Патент № 167814 Российская Федерация, МПК G01C 9/20. Магнитожидкостное устройство для определения угла наклона / Лагуткина Д. Ю., Сайкин М. С.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО ИГЭУ им. Ленина. № 2016135187; заявл. 29.08.16; опубл. 10.01.17., Бюл. № 1. 6 с.
10. Патент № 208162 Российская Федерация, МПК G01H 11/02. Устройство для измерения вибраций / Сайкин М. С., Федосеева В. П.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО ИГЭУ им. Ленина. № 2021114433; заявл. 20.05.21; опубл. 06.12.21, Бюл. №34. 6 с.
11. Пшеничников А. Ф., Силаев В. А., Авдеева Л. А. Магнитогранулометрический анализ ферроколлоидов // Приборы и методы измерения физических параметров ферроколлоидов: сборник научных трудов. Свердловск: УрО АН СССР, 1991. С. 3–8.
12. Иванов А. С., Пшеничников А. Ф. Расслоение магнитной жидкости в градиентном магнитном поле // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2009. Вып. 1(27). С. 45–48.
13. Monapatra D. K., Camp P. J., Philip J. Influence of size polydispersity on magnetic field tunable structures in magnetic nanofluids containing superparamagnetic nanoparticles // *Nanoscale Advances*. 2021. Vol. 3, pp. 3573–3592. <https://doi.org/10.1039/d1na00131k>.
14. Лебедев А. В. О непригодности вибрационного магнитометра для измерения кривых намагничивания магнитных жидкостей // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 2. С. 20–25. <https://doi.org/10.17072/1994-3598-2022-2-20-25>.
15. Лахтина Е. В., Пшеничников А. Ф. Дисперсия магнитной восприимчивости и микроструктура магнитной жидкости // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2005. № 1. С. 85–89.
16. Пшеничников А. Ф., Лебедев А. В. Магнитная восприимчивость концентрированных ферроколлоидов // Коллоидный журнал. 2005. Т. 67, № 2. С. 1–13. <https://elibrary.ru/item.asp?id=9142952>.
17. Пшеничников А. Ф. Физические свойства и наноструктура магнитных жидкостей // Вестник Пермского научного центра УрО РАН. 2009. № 2. С. 12–17. <https://elibrary.ru/item.asp?id=18957495>.
18. Лебедев А. В. Изменение релаксационных спектров магнитной жидкости в подмагничивающем поле // Вестник Пермского университета. Физика. 2019. Вып. 2. С. 8–15. <https://doi.org/10.17072/1994-3598-2019-2-08-15>.
19. Пшеничников А. Ф. Мост взаимной индуктивности для анализа магнитных жидкостей // Приборы и техника эксперимента. 2007. № 4. С. 88–93.
20. Бозорт Р. М. Ферромагнетизм. М.: Изд-во иностр. лит., 1956. 784 с.
21. Pshenichnikov A. F., Mekhonoshin V. V. Equilibrium magnetization and microstructure of the system of superparamagnetic interacting particles: numerical simulation // *J. Magnetism and Magnetic Materials*. 2000. Vol. 213. P. 357–369. [https://doi.org/10.1016/S0304-8853\(99\)00829-X](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(99)00829-X).
22. Магнитофорез в магнитной жидкости в неоднородном поле кольцевого магнита / П. А. Ряполов, В. М. Полунин, В. Г. Баштовой, И. А. Шабанова, Г. В. Карпова, Е. А. Соколов, А. О. Васильева // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: техника и технологии. 2020. Т. 10, № 4. С. 92–107.

## References

1. Rosensweig R. E. *Ferrogidrodinamika [Ferrohydrodynamics]*. Moscow, Mir Publ., 1985. 356 p.
2. Bibik E. E., Lavrov I. S. *Sposob polucheniya ferrozhidkosti [Method of ferrofluid production]*. Patent USSR, no. 457666. 1975.
3. Shliomis M. I. *Magnitnye zhidkosti [Magnetic fluids]*. *Uspekhi fizicheskikh nauk = Successes of physical sciences*, 1974, vol. 122, no. 2, pp. 427–458. <https://doi.org/10.1070/PU1974v017n02ABEH004332>
4. Saikin M. S. *Germetizatory na osnove magnitnoi nanozhidkosti dlya valov khimicheskikh reaktorov [Nanomagnetic Liquids Sealers for Chemical Reactor Shafts]*. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta = Bulletin of Ivanovo State Power Engineering University*, 2010, vol. 4, pp. 44–47.

5. Vlasov A. M., Kazakov Yu. B., Poletaev V. A. Magnitozhidkostnoe uplotnenie vala elektrodvigatelya [Magnetic fluid motor shaft seal]. Patent RF, no. 2721400, 2020.
6. Kazakov Yu. B., Filippov V. A. Calculation of the performance of the electromagnetic magnetic fluid separator non-magnetic materials. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2020, vol. 950, pp. 012003. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/950/1/012003>
7. Lian W., Xyan Y., Li Q. Design method of automatic energy transport devices based on the thermomagnetic effect of magnetic fluids. *Int. J. Heat and Mass Transfer.*, 2009, vol. 52, pp. 5451–5458. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.04.031>
8. Varma V. B., Cheekati S. K., Pattanaik M. S., Ramanujan R. V. A magnetic nanofluid device for excellent passive cooling of light emitting diodes. *Energy Reports*, 2022, vol. 8, pp. 7401–7419. <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.05.237>
9. Lagutkina D. Yu., Saikin M. S. Magnitozhidkostnoe ustroystvo dlya opredeleniya ugla naklona [Ferrofuid inclination sensor]. Patent RF, no. 167814, 2017.
10. Saikin M. S., Fedoseeva V. P. Ustroystvo dlya izmereniya vibratsii [Vibration sensor]. Patent RF, no. 208162, 2021.
11. Pshenichnikov A. F., Silaev V. A., Avdeeva L. A. Magnitogranulometricheskii analiz ferrokolloidov [Magnetogranulometric analysis of ferrocolloids]. *Pribory i metody izmereniya fizicheskikh parametrov ferrokolloidov [Instruments and methods for measuring the physical parameters of ferrocolloids]*. Sverdlovsk, URO AN SSSR, 1991, pp. 3–8.
12. Ivanov A. S., Pshenichnikov A. F. Rassloenie magnitnoi zhidkosti v gradientnom magnitnom pole [Stratification of a magnetic fluid in a gradient magnetic field]. *Vestnik Permskogo universiteta. Seriya: Fizika = Bulletin of Perm University. Physics*, 2009, vol. 1(27), pp. 45–48.
13. Monapatra D. K., Camp P. J., Philip J. Influence of size polydispersity on magnetic field tunable structures in magnetic nanofluids containing superparamagnetic nanoparticles. *Nanoscale Advances*, 2021, vol. 3, pp. 3573–3592. <https://doi.org/10.1039/d1na00131k>
14. Lebedev A. V. O neprigodnosti vibratsionnogo magnetometra dlya izmereniya krivykh namagnichivaniya magnitnykh zhidkостей [On the unsuitability of a vibrating sample magnetometer for measuring the magnetization curves of magnetic fluids]. *Vestnik Permskogo universiteta. Fizika = Bulletin of Perm University. Physics*, 2022, vol. 2, pp. 20–25. <https://doi.org/10.17072/1994-3598-2022-2-20-25>
15. Lahtina E. V., Pshenichnikov A. F. Dispersiya magnitnoi vospriimchivosti i mikrostruktura magnitnoi zhidkosti [Dispersion of magnetic susceptibility and microstructure of magnetic fluid]. *Vestnik Permskogo universiteta. Fizika = Bulletin of Perm University. Physics*, 2005, vol. 1, pp. 85–89.
16. Pshenichnikov A. F., Lebedev A. V. Magnitnaya vospriimchivost' kontsentrirrovannykh ferrokolloidov [Magnetic susceptibility of concentrated ferrocolloids]. *Kolloidnyi zhurnal = Colloid Journal*, 2005, vol. 67(2), pp. 1–13.
17. Pshenichnikov A. F. Fizicheskie svoystva i nanostruktura magnitnykh zhidkостей [Physical properties and nanostructure of magnetic fluids]. *Vestnik Permskogo nauchnogo centra UrO RAN = Bulletin of the Perm Scientific Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences*, 2009, vol. 2, pp. 12–17.
18. Lebedev A. V. Izmenenie relaksatsionnykh spektrov magnitnoi zhidkosti v podmagnichivayushchem pole [Changes in the relaxation spectra of a magnetic fluid in a magnetizing field]. *Vestnik Permskogo universiteta. Fizika = Bulletin of Perm University. Physics*, 2019, vol. 2, pp. 8–15. <https://doi.org/10.17072/1994-3598-2019-2-08-15>
19. Pshenichnikov A. F. Most vzaimnoi induktivnosti dlya analiza magnitnykh zhidkостей [Mutual inductance bridge for magnetic fluid analysis]. *Pribory i tekhnika eksperimenta = Instruments and Experimental Techniques*, 2007, vol. 4, pp. 88–93.
20. Bozorth R. M. Ferromagnetizm [Ferromagnetism]. Moscow, Izd-vo inostr. lit, 1956. 784 p.
21. Pshenichnikov A. F., Mekhonoshin V. V. Equilibrium magnetization and microstructure of the system of superparamagnetic interacting particles: numerical simulation. *J. Magnetism and Magnetic Materials*, 2000, vol. 213, pp. 357–369. [https://doi.org/10.1016/S0304-8853\(99\)00829-X](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(99)00829-X)

22. Ryapolov P. A., Polunin V. M., Bashtovoi V. G., Shabanova I. A., Karpova G. V., Sokolov E. A., Vasil'eva A. O. Magnitoforez v magnitnoi zhidkosti v neodnorodnom pole kol'tseвого magnita [Magnetophoresis in Magnetic Fluid]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii* = *Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologie*, 2020, vol. 10(4), pp. 92–107.

---

### Информация об авторах / Information about the Authors

**Косков Михаил Андреевич**, младший научный сотрудник, Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь, Российская Федерация,  
e-mail: koskov.m@icmm.ru,  
ORCID: 0000-0001-8140-7774,  
Researcher ID: AAN-7092-2020

**Mikhail A. Koskov**, Junior Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm, Russian Federation,  
e-mail: koskov.m@icmm.ru,  
ORCID: 0000-0001-8140-7774,  
Researcher ID: AAN-7092-2020

**Лебедев Александр Владимирович**, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь, Российская Федерация,  
e-mail: lav@icmm.ru,  
ORCID: 0000-0002-3989-7893

**Aleksandr V. Lebedev**, Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Senior Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm, Russian Federation,  
e-mail: lav@icmm.ru,  
ORCID: 0000-0002-3989-7893

**Иванов Алексей Сергеевич**, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией «Динамики дисперсных систем», Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь, Российская Федерация,  
e-mail: lesnichiy@icmm.ru,  
ORCID: 0000-0003-1743-3526,  
Researcher ID: M-9999-2016

**Aleksey S. Ivanov**, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Head of the Laboratory “Dynamics of dispersed systems”, Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm, Russian Federation,  
e-mail: lesnichiy@icmm.ru,  
ORCID: 0000-0003-1743-3526,  
Researcher ID: M-9999-2016