

<https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-2-189-200>

Механическое равновесие немагнитного тела, погружённого в цилиндрический контейнер с магнитной жидкостью, намагниченной внешним однородным магнитным полем

А. С. Иванов¹ ✉

¹ Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук («ИМСС УрО РАН») ул. Ак. Королева, д. 1, г. Пермь 1614018, Российская Федерация

✉ e-mail: lesnichiy@icmm.ru

Резюме

Цель. Аналитическое и численное описание магнитогидродинамических сил, действующих на малое немагнитное сферическое тело в цилиндрическом контейнере с магнитной жидкостью (приближение магнитожидкостного дозатора и сепаратора), определяющих гидростатическое механическое равновесие в системе.

Методы. Численное исследование представляет собой решение магнитостатической задачи методом конечных элементов в пакете программ FEMM с использованием скриптового языка Lua. Система уравнений Максвелла решается стандартным методом в формулировке векторного потенциала. Аналитическое решение магнитостатической задачи получено методом зеркальных изображений с использованием упрощающего модельного представления о линейном законе намагничивания магнитной жидкости. Пондеромоторная сила, действующая на тело, погружённое в магнитную жидкость, вычисляется по формуле Розенцвейга и с помощью энергетического подхода.

Результаты. Получено уточнённое выражение для магнитной пондеромоторной силы, действующей на немагнитную сферу, погружённую в цилиндрический контейнер с намагниченной магнитной жидкостью. Выполнено прямое численное моделирование лабораторного эксперимента, позволяющего сравнить точность численного и аналитического решений с данными эксперимента. Несмотря на нарушение границ применимости аналитической теории, новое выражение правильно описывает немонопольную координатную зависимость силы, при этом ошибка в определении экстремумов по координате не превышает 6%, а по абсолютной величине 26%. Приводится физическое обоснование для условия механического равновесия в исследуемой модельной системе.

Вывод. Конкуренция двух противоположно направленных магнитных сил приводит к тому, что у немагнитной сферы в цилиндрическом контейнере с намагниченной магнитной жидкостью существует одно неустойчивое положение механического равновесия в центре контейнера, благодаря чему тело прижимается к стенке, либо (дополнительно) два устойчивых положения равновесия, позволяющих телу левитировать вблизи стенки контейнера, не касаясь её.

Ключевые слова: магнитная жидкость; плавание тел; численное моделирование; пондеромоторная сила.

Финансирование: Работа выполнена в рамках госбюджетной темы № АААА-А20-120020690030-5.

Конфликт интересов: Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Иванов А. С. Механическое равновесие немагнитного тела, погружённого в цилиндрический контейнер с магнитной жидкостью, намагниченной внешним однородным магнитным полем // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2023. Т. 13, № 2. С. 189–200. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-2-189-200>

Поступила в редакцию 21.03.2023

Подписана в печать 25.04.2023

Опубликована 30.05.2023

Mechanical Equilibrium of a Nonmagnetic Body Immersed in a Cylindrical Container with a Magnetic Fluid Magnetized by an External Homogeneous Magnetic Field

Aleksey S. Ivanov¹ ✉

¹ Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, the affiliate of the Perm Federal Scientific Research Center
1 Academician Korolev Str., Perm 614018, Russian Federation

✉ e-mail: lesnichiy @icmm.ru

Abstract

Purpose. Analytical and numerical description of the magnetohydrodynamic forces acting on a small nonmagnetic spherical body in a cylindrical container with magnetic fluid (magnetofluid dispenser and separator approximation) that determine the hydrostatic mechanical equilibrium in the system.

Methods. The numerical study solves the magnetostatic problem by the finite element method in the FEMM program package using the Lua script language. The system of Maxwell's equations is solved by the standard method in the vector potential formulation. The analytical solution of the magnetostatic problem is obtained by the mirror image method using a simplifying model representation of the linear law of magnetization of a magnetic fluid. The ponderomotive force acting on a body immersed in a magnetic fluid is calculated using the Rosensweig formula and the energy approach.

Results. A refined expression for the magnetic ponderomotive force acting on a nonmagnetic sphere immersed in a cylindrical container with magnetized magnetic fluid is obtained. Direct numerical simulation of the laboratory experiment is performed, which allows us to compare the accuracy of the numerical and analytical solutions with the experimental data. Despite violating the limits of applicability of the analytical theory, the new expression correctly describes the nonmonotone coordinate dependence of the force, and the error in determining the coordinate extremums does not exceed 6 % and 26 % in absolute value. The physical justification for the condition of mechanical equilibrium in the model system under study is given.

Conclusion. The competition of two oppositely directed magnetic forces leads to the fact that a nonmagnetic sphere in a cylindrical container with magnetized magnetic fluid has one unstable mechanical equilibrium position in the center of the container, so that the body is pressed against the wall, or (additionally) two stable equilibrium positions that allow the body to levitate near the container wall without touching it.

Keywords: magnetic fluid; floating bodies; numerical simulation; ponderomotive force.

Funding: The work was carried out within the framework of the state budget topic No. AAAA-A20-120020690030-5.

Conflict of interest: The author declare no apparent or potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Ivanov A. S. Mechanical Equilibrium of a Nonmagnetic Body Immersed in a Cylindrical Container with a Magnetic Fluid Magnetized by an External Homogeneous Magnetic Field. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii* = *Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*. 2023; 13(2): 189–200. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-2-189-200>

Received 21.03.2023

Accepted 25.04.2023

Published 30.05.2023

Введение

Характерной особенностью новых материалов, используемых для конструирования и создания новых машин, механизмов и устройств, является их ис-

кусственно созданный многофазный состав и структура, позволяющие объединить в одном материале полезные свойства всех исходных компонентов. Например, жидкокристаллические системы, легированные малыми примесями магнит-

ных наночастиц, позволяют наделить указанные материалы не только анизотропными электрооптическими, но также и магнитными свойствами. Наиболее перспективными являются дисперсии магнитных материалов в жидких или вязкоупругих матрицах, демонстрирующие одновременно как свойства текучести, вязкости или упругости, так и существенный магнитный отклик [1–3]. В целом именно магнитная манипуляция на сегодняшний день является наиболее эффективным способом и по этой причине наиболее удобным способом дистанционного управления материалами [2; 3]. Так, магнитное поле позволяет получить гораздо более широкие диапазоны сил и моментов сил, действующих на дисперсные частицы, чем акустические и электрические поля. Возможности магнитной манипуляции наиболее полным образом используются в магнитных жидкостях (МЖ) – коллоидных дисперсиях ферро- и ферритмагнитных материалов в немагнитных жидкостях-носителях [1], что позволило создать множество полезных технических устройств, использующих транспортные свойства МЖ: газовые и жидкостные дозаторы, сепараторы немагнитных материалов, микрофлюидные чипы [4–8].

Для понимания и конструирования магнитожидкостных устройств необходимо физическое описание сил, действующих на погруженные в МЖ тела. *Целью данной работы* является аналитическое и численное описание магнитогидродинамических сил, действующих на малое немагнитное сферическое тело в цилиндрическом контейнере с магнитной жидкостью (приближение магнитожидкостного дозатора и сепаратора), описывающих плавание тел в указанной системе. Для достижения этой цели формулируется тест-объект, записывается система уравнений и предлагается аналитическое и численное

решения, которые сравниваются с известными данными лабораторного эксперимента.

Материалы и методы

Опишем тест-объект – модельную систему, выбранную для исследования таким образом, чтобы максимально упростить решение поставленной задачи. С точки зрения техники и биомедицины наиболее интересной геометрией обладает задача с цилиндрической симметрией. Цилиндрический контейнер, заполненный МЖ, используется в основе большинства инерционных датчиков (акселерометров, датчиков угла наклона и т. д.), дозаторов и микрофлюидных чипов [4–8]. Основное биомедицинское применение МЖ связано с транспортом лекарств по кровеносным сосудам, отдельные участки которых также можно представить в виде цилиндрических контейнеров. Исходя из модельных соображений (МЖ-сепаратор, газовый дозатор), условимся исследовать приближение малого тела, когда характерный объём и линейные размеры тела, погружённого в МЖ, значительно меньше соответствующих параметров контейнера. Это приближение позволяет сформулировать сразу два упрощающих предположения. Во-первых, для малого тела несущественна его форма, поэтому уникальные особенности поверхности большинства гранулированных материалов (золотой песчинки, гранулы цветных и драгметаллов при переработке промышленных отходов, пузырьки газа или жидкости, и т. д.) в первом приближении можно не учитывать, взяв в качестве пробного тела самый изотропный объект – сферу.

Выбор внешнего поля также важен, причём следует обосновать как вид поля (однородное или неоднородное), так и его ориентацию по отношению к контейнеру

с МЖ. В нашем случае следует предпочесть постоянное однородное внешнее магнитное поле. Первая причина такого выбора объясняется тем, что конфигурации неоднородных полей значительно разнообразнее и сложнее, поэтому их использование приводит либо к неоправданному усложнению задачи, либо к изучению некоторого отдельно взятого частного случая, который не поддаётся обобщению. Вторая причина: наша задача состоит в исследовании конкретной системы, а не в изучении свойств внешнего воздействия. Третья причина: воздействие должно быть максимально простым и легко воспроизводимым в лабораторном эксперименте, численном моделировании и теоретическом анализе. Ориентация внешнего однородного магнитного поля также имеет значение, однако можно показать, что наибольший интерес представляет та компонента поля, которая направлена вдоль оси симметрии цилиндрического контейнера с МЖ, потому что именно такая их взаимная ориентация позволяет в полную меру воспользоваться симметрией задачи и продолжить ряд упрощений. В частности, такая геометрия задачи позволяет свести лабораторный эксперимент к 1D-измерениям, а численное и аналитическое исследование – к 2D-постановкам. Суммируя вышеперечисленные аргументы, опишем тест-объект как вертикальный цилиндрический контейнер высотой $2d$ и диаметром $D = 2R_2$, заполненный МЖ с известным законом намагничивания, помещённый во внешнее постоянное однородное магнитное поле H_0 , чьи силовые линии ориентированы вдоль вертикальной оси z , совпадающей с осью симметрии контейнера. Внутри контейнера помещается твёрдое немагнитное пробное тело – сфера радиусом R , перемещающаяся на нитевом подвесе вдоль оси z от дна до крышки контейнера (рис. 1).

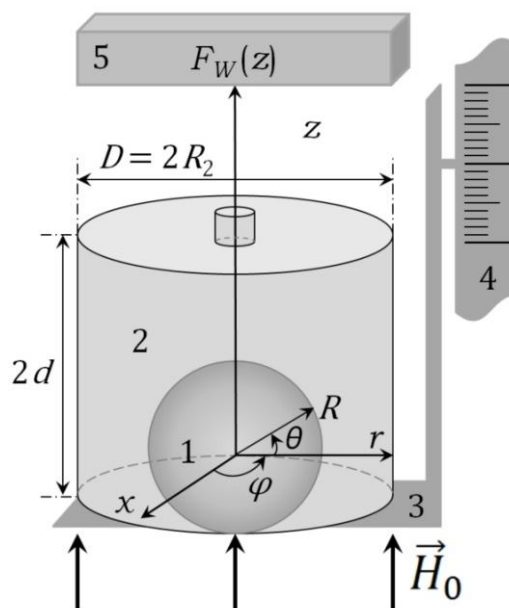


Рис. 1. Единый тест-объект для лабораторного, аналитического и численного исследования: 1 – немагнитная сфера; 2 – МЖ; 3 – горизонтальная платформа; 4 – катетометр; 5 – аналитические весы

Fig. 1. Common test object for experimental, analytical and numerical studies: 1 – nonmagnetic sphere; 2 – magnetic fluid; 3 – horizontal platform; 4 – cathetometer; 5 – analytical scales

Опишем силу F_b , действующую на пробное тело (немагнитную сферу), погружённое в МЖ. Выражение, записанное Розенцвейгом с помощью уравнения Бернулли для МЖ, имеет вид интеграла от двух компонент давления МЖ на поверхность тела S [9]:

$$\vec{F}_b = -\mu_0 \oint_S \left(\int_0^H M(H_i) dH_i \right) \vec{n} dS - \mu_0 \oint_S \frac{M_n^2}{2} \vec{n} dS = \vec{F}_V + \vec{F}_S, \quad (1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; $M(H)$ – материальное уравнение (кривая намагничивания) для МЖ; \vec{n} – нормаль к поверхности тела S , $M_n = \vec{M} \cdot \vec{n}$ – нормальная компонента намагниченности МЖ.

Первый интеграл в (1) вычисляется от магнитогидродинамического давления, которое существует и измеримо в любой точке внутри МЖ подобно гидростатическому давлению обычной жидкости в поле силы тяжести. Аналогичное выражение в классической гидродинамике приводит к формуле для силы Архимеда, поэтому первую компоненту в (1) можно назвать объёмной F_V . Второй интеграл в (1) вычисляется от магнитного скачка давления, который возникает только на поверхности раздела сред и не зависит от её кривизны (как капиллярное давление), а определяется лишь нормальной компонентой намагниченности МЖ, поэтому вторую составляющую силы можно называть поверхностной F_S . Универсальное выражение (1), предложенное в 1960-х гг., подтверждено экспериментально и не вызывает сомнений, однако его непосредственное использование возможно только в численном моделировании. Выражение (1) очень сложно даже в простых случаях,

т. к. сила зависит от конфигурации магнитного поля и поверхности тела, поэтому качественный анализ и аналитическое решение задачи о плавании тел в МЖ имеет важный смысл.

Перед тем как представить аналитическое решение, качественно опишем баланс сил, действующих на немагнитную сферу в цилиндрическом контейнере с МЖ. В работах [10; 11] было показано, что на сферу вблизи стенки контейнера, разделяющей магнитную и немагнитную среды, действует сила отталкивания, которая стремится вытеснить немагнитное тело вглубь МЖ. Так, в случае сферического контейнера с МЖ сферическое тело будет выталкиваться в центр этого контейнера, где его положение равновесия устойчиво. Обозначим эту силу F_{m1} , она возвращает немагнитное тело в центр контейнера, т. е. в нижней части контейнера она направлена вверх (см. рис. 2, А), а если тело находится выше центральной плоскости сечения, то F_{m1} направлена вниз.

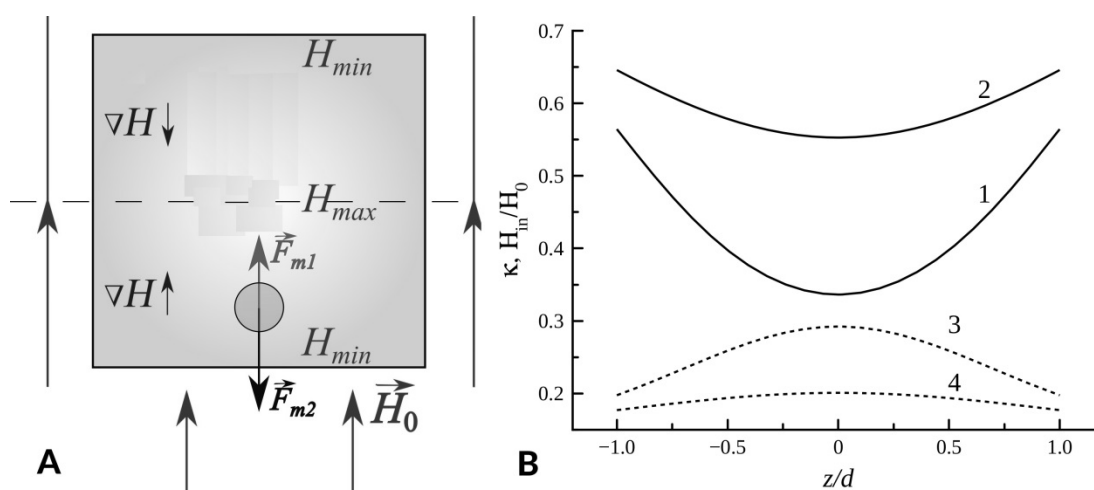


Рис. 2. Центральное сечение цилиндрического контейнера с МЖ (А) и погружённым немагнитным сферическим телом, на которое действуют две конкурирующие силы F_{m1} и F_{m2} . Внешнее поле H_0 однородно. Размагничивающий фактор κ (кривые 1, 2) и безразмерное поле (кривые 3, 4) для узкого (кривые 1, 3) и широкого (кривые 2, 4) контейнеров (В)

Fig. 2. The central cross section of a cylindrical container with magnetic fluid (А) and the nonmagnetic spherical body, floating due to the competition of F_{m1} and F_{m2} forces. The external field H_0 is uniform. Demagnetizing factor κ (curves 1, 2) and dimensionless field (curves 3, 4) for the narrow (curves 1, 3) and wide (curves 2, 4) containers, respectively (В)

Однако если контейнер не эллипсоидальный, то помимо этой возвращающей силы F_{m1} на тело действует вторая магнитная пондеромоторная сила F_{m2} , связанная с тем, что его размагничивающий фактор $\kappa(z)$ неоднороден и для коротких цилиндров ($d \leq R_2$) хорошо аппроксимируется параболической (см. рис. 2, В, кривые 1, 2) зависимостью [12]

$$\kappa(z) = 1 - \frac{d}{\sqrt{R_2^2 + d^2}} \left[1 - \frac{3dR_2^2 z^2}{2(R_2^2 + d^2)^2} \right], \quad (2)$$

поэтому поле внутри такого контейнера H_{in} является градиентным. Напряжённость поля максимальна в центре контейнера и минимальна у его крышки и дна (см. рис. 2, А; рис. 2, В, кривые 3, 4). Возникающая сила Кельвина вида $\mu_0 M \nabla H$ действует на МЖ, втягивая её в область с максимальной напряжённостью поля, т. е. в центр контейнера, что, в свою очередь, выталкивает немагнитное тело с силой F_{m2} . Возникает конкуренция двух противоположно направленных сил F_{m1} и F_{m2} . При этом сила F_{m1} минимальна в центре контейнера и возрастает ближе к крышке и дну контейнера, т. к. физическое объяснение этой силы сводится к взаимодействию (отталкиванию) немагнитного тела со своим зеркальным изображением. Выражение для F_{m1} можно получить, решив стандартную систему уравнений Максвелла:

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (3)$$

где $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ – вектор магнитной индукции, а в качестве закона намагничивания используется линейная зависимость $\vec{M} = \chi_e \vec{H}$, где $\chi_e = (\mu_e - 1)$ – магнитная восприимчивость МЖ считается постоянной для упрощения задачи. Магнитостатическая задача (3) была решена в [13] методом зеркальных

изображений и z -компонента этой силы имеет вид

$$\begin{aligned} (F_{m1})_z &= \text{Le}(\mu_e) \mu_0 R^2 H_0^2 \times \\ &\left[\left(\frac{R^4}{(d+z_0)^4} - \frac{R^4}{(d-z_0)^4} \right) + \right. \\ &\left. + 2\delta(\mu_e) \left(\frac{R^7}{(d+z_0)^7} - \frac{R^7}{(d-z_0)^7} \right) \right], \\ \text{Le}(\mu_e) &= \frac{3\pi(\mu_e - 1)^3}{2\mu_e(\mu_e + 1)(2\mu_e + 1)^2}, \\ \delta(\mu_e) &= \frac{(\mu_e - 1)^2}{4(\mu_e + 1)(2\mu_e + 1)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где z_0 – наикратчайшее расстояние от центра немагнитного тела до средней плоскости контейнера, обозначенной штриховой линией на рисунке 2, А.

Выражение для второй силы F_{m2} было получено в работе [14], а применимость и сравнительный анализ большого разнообразия выражений для этой силы выполнен ранее в [15] и z -компонента этой силы имеет вид

$$(F_{m2})_z = \mu_0 \frac{4\pi R^3 (1 - \mu_e) \mu_e}{(2\mu_e + 1)} H_{in} \nabla_z H_{in}. \quad (5)$$

Таким образом, конкуренция сил (4) и (5) определяет механическое равновесие плавающего немагнитного тела в цилиндрическом контейнере с намагниченной МЖ. При этом принципиально возможны две ситуации, когда превалирует одна либо другая сила. Обе ситуации изображены на рисунке 3.

При этом результат зависит в основном от геометрии контейнера. В «узком» контейнере ($R_2 \approx d$, случай рис. 3, А) размагничивающий фактор и магнитное поле внутри контейнера (см. рис. 2, В, кривые 1, 3) существенно неоднородны, поэтому сила $F_{m2} \propto \nabla H_{in}$ также велика, и поэтому у немагнитной сферы в данном случае нет ни одного устойчивого положения равновесия.

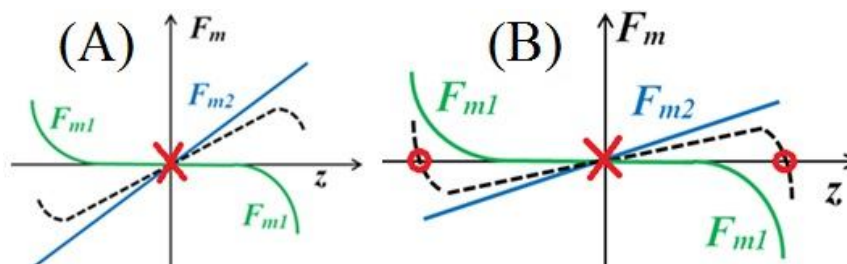


Рис. 3. Равнодействующая магнитная пондеромоторная сила $F_m = (F_{m1} + F_{m2})$ (обозначена штриховой чёрной линией, положение неустойчивого механического равновесия обозначены красным крестиком, а устойчивого – красными кружками). Случай А – 1 неустойчивое положение равновесия; В – дополнительно 2 устойчивых положения равновесия.

Fig. 3. Resulting magnetic ponderomotive force $F_m = (F_{m1} + F_{m2})$ (is marked with a black dashed line, unstable mechanical equilibrium positions are marked with a red cross, and stable ones - with red circles). Case (A) - 1 unstable equilibrium position, B - 2 additional stable equilibrium positions.

При первом же случайном возмущении тело нейтральной правучести (той же плотности, что и окружающая МЖ) будет вытолкнуто из центра контейнера либо вверх, либо вниз, где оно и прижмётся либо к крышке, либо ко дну. В широком контейнере, наоборот, размагничивающий фактор меняется незначительно и градиент поля также незначителен, в результате чего вблизи стенок контейнера сила $F_{m1} \geq F_{m2}$, и у немагнитной сферы появляются два положения устойчивого механического равновесия, в которых $F_{m1} = F_{m2}$ (см. рис. 3, В).

Проверка корректности аналитического выражения для результирующей силы F_m можно выполнить численно и экспериментально. Экспериментальное измерение силы, действующей на немагнитную сферу в тест-объекте на рисунке 1, было выполнено ранее в работе [13], а численное решение системы уравнений (3) можно выполнить для рассматриваемой системы в пакете программ FEMM.

Результаты и их обсуждение

Рассмотрим образец МЖ, заполняющий цилиндрический контейнер с соответствующими параметрами: $d = 11,8$ мм,

$R_2 = 13,3$ мм и немагнитную сферу радиусом $R = 3,79$ мм, погружённую в этот контейнер. Параметры взяты из эксперимента [13]. Материальное уравнение (кривая намагничивания) для МЖ возьмём по данным экспериментальных измерений аналогично [13]. Выполним численное моделирование рассматриваемой системы (см. рис. 1) для значения внешнего магнитного поля $H_0 = 10,1$ кА/м. Численное моделирование задачи в FEMM сводилось к решению системы уравнений (3) в формулировке векторного потенциала ($\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$) и вычисление силы по формуле (1) в зависимости от вертикальной координаты тела $F_b(z)$.

Схема расчётной области в программе FEMM показана на рисунке 4. Она включает в свой состав все элементы тест-объекта (см. рис. 1). Расчётная область ограничена вертикальной линией (ось симметрии 2D-задачи) и внешней полукруглой областью. На вертикальной границе области выполняется граничное условие симметрии (равенство нулю нормальных и непрерывность тангенциальных компонент векторных величин), а на полукруглой границе выполняется так называемое открытое условие [16], выражающее собой условие дипольного приближения [17]. Характерный размер вы-

числительной сетки z_m определялся исходя из сходимости решения при уменьшении z_m и соображений вычислительных и временных ресурсов. С этой же целью (экономии времени) в лабораторном

эксперименте измерения производились не по всей высоте контейнера, а только в нижней его части, т. к. вторая половина измерений была симметричной относительно начала координат.

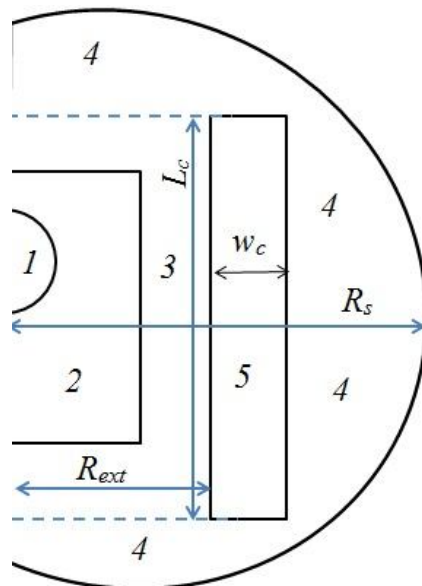


Рис. 4. Схема расчётной сетки в FEMM: 1 – немагнитная сфера ($z_m = 0,03$ мм); 2 – МЖ ($z_m = 0,03$ мм); 3 – воздух внутри соленоида ($R_{ext} = 45$ мм, $L_c = 180$ мм, $z_m = 0,05$ мм); 4 – воздух снаружи соленоида ($R_s = 700$ мм, $z_m = 1,0$ мм); 5 – соленоид ($w_c = 45$ мм, $z_m = 0,2$ мм)

Fig. 4. Mesh scheme in FEMM: 1 - non-magnetic sphere ($z_m = 0,03$ мм); 2 - magnetic fluid ($z_m = 0,03$ мм), 3 - air inside solenoid ($R_{ext} = 45$ мм, $L_c = 180$ мм, $z_m = 0,05$ мм); 4 - air outside solenoid ($R_s = 700$ мм, $z_m = 1,0$ мм), 5 - solenoid ($w_c = 45$ мм, $z_m = 0,2$ мм)

Результат аналитических вычислений и прямого численного моделирования лабораторного эксперимента представлен на рисунке 5. Как видно из графика, приведенного на рисунке 5, А, прямое численное моделирование по формуле (1) идеально совпадает с результатами лабораторных измерений. Новое аналитическое выражение удовлетворительно справляется с поставленной задачей, даже несмотря на то, что реальная МЖ в эксперименте и моделировании демонстрирует сильно нелинейную зависимость намагниченности от напряжённости приложенного поля, в то время как аналитическая теория предполагает $\chi_e = \text{const}$. График, приведенный на рисунке 5, В, показывает, насколько несправедливо это предположение. В

частности, для использованного значения $H_0 = 10,1$ кА/м напряжённость поля внутри МЖ не превышает 5 кА/м, при этом реальная восприимчивость χ_e варьируется в широком диапазоне, и для аналитического выражения было взято характерное среднее значение 6,2, по которому и была рассчитана кривая 1 на рисунке 5, А. Однако даже несмотря на столь явное нарушение границ применимости линейной аналитической теории, она правильно предсказывает немонотонный характер зависимости $F(z)$, при этом ошибка в определении экстремумов по координате не превышает 6%, а по абсолютной величине 26%. Более того, в средней части (около 1/3 графика $F(z)$) наблюдается не только качественное, но и количественное совпадение с данными эксперимента.

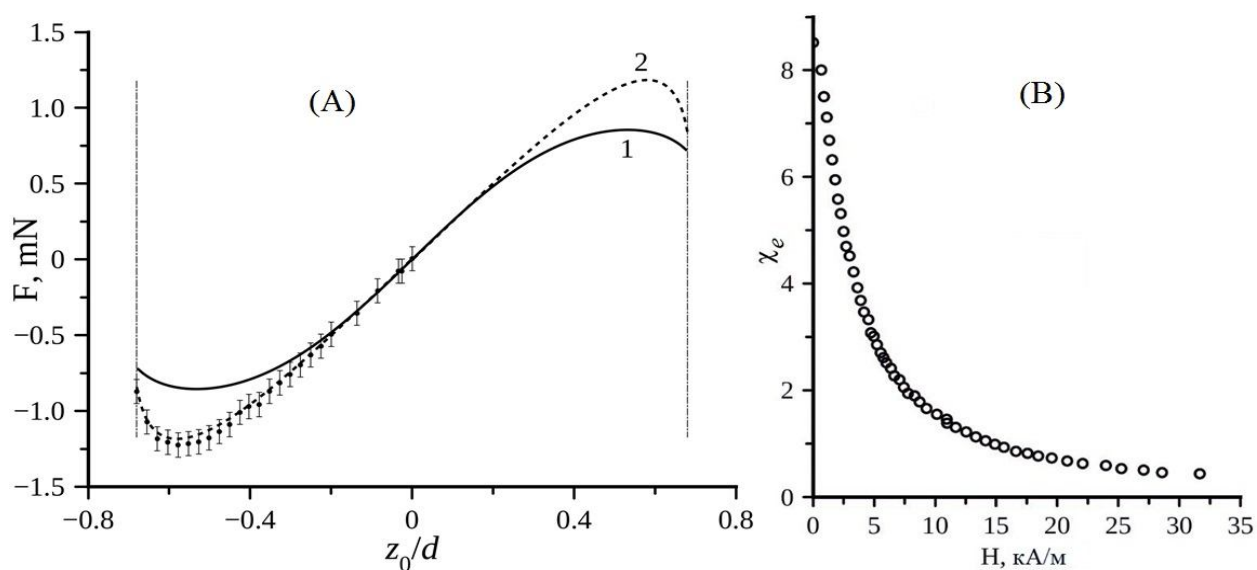


Рис. 5. Пондеромоторная сила, действующая на немагнитную сферу в узком контейнере с МЖ (А) (точки – лабораторный эксперимент): 1 – аналитическое выражение (сумма (4) и (5)); 2 – численное моделирование в FEMM. Экспериментальная зависимость магнитной восприимчивости от напряжённости магнитного поля внутри МЖ (В)

Fig. 5. Ponderomotive force acting on a nonmagnetic sphere in a narrow container with MF (A) (Dots - laboratory experiment): 1 - analytical expression (4) plus (5), 2 - numerical simulation. Experimental dependence of magnetic susceptibility on the magnetic field strength inside the MF (B)

Интересно отметить, что немонотонная зависимость пондеромоторной силы $F(z)$ впервые предсказывалась в работе, посвящённой численному моделированию [18], в которой не было представлено ни физического объяснения этому явлению, ни аналитического выражения, описывающего $F(z)$. Позднее в [19; 20] экспериментально и численно было показано, что существование положений равновесия в тест-объекте (см. рис. 1) зависит не только от геометрии контейнера, но и от величины внешнего поля (точнее – от нелинейности закона намагничивания МЖ). Аналитическое выражение, корректно описывающее $F(z)$, было получено после работы [15], и сравнение с предыдущими результатами в представленной работе подтверждает этот вывод.

Выводы

В работе описываются магнитогидродинамические силы, действующие на не-

магнитное тело, погружённое в намагниченную магнитную жидкость. Подробно описывается конкуренция двух противоположно направленных магнитных сил, которая приводит к тому, что у немагнитной сферы в цилиндрическом контейнере с намагниченной магнитной жидкостью существует одно неустойчивое положение механического равновесия в центре контейнера, благодаря чему тело прижимается к стенке либо (дополнительно) два устойчивых положения равновесия, позволяющих телу левитировать вблизи стенки контейнера, не касаясь её. Предложено скорректированное аналитическое выражение для результирующей магнитной пондеромоторной силы, которое правильно предсказывает её немонотонный характер, при этом ошибка в определении экстремумов по координате не превышает 6%, а по абсолютной величине 26%. Полученные результаты могут быть использованы для количественных оценок при про-

ектировании (в первом приближении) технических устройств, использующих маг-

нитную жидкость в качестве транспортной среды (МЖ-сепараторы, дозаторы, гидродинамические чипы и т. д.).

Список литературы

1. Шлиомис М. И. Магнитные жидкости // Успехи физических наук. 1974. Т. 112, вып. 3. С. 435–458. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0112.197403b.0427>.
2. Actuating soft matter with magnetic torque / R. M. Erb, J. Martin, R. Soheillan, C. Pan, J. R. Barber // Advanced functional materials. 2016. Vol. 26, no. 22. P. 3859–3880.
3. Menzel A. Tuned, driven, and active soft matter // Physics Reports. 2015. Vol. 554. P. 1–45.
4. Dynamics of nonmagnetic inclusions in a microchannel with a magnetic fluid in an inhomogeneous magnetic field / E. Sokolova, A. Vasilyeva, D. Kalyuzhnaya, P. Ryapolov // AIP Advances. 2022. Vol. 12, no. 3. P. 035333.
5. Kazakov Y. B., Filippov V. A. Calculation of the performance of the electromagnetic magnetic fluid separator non-magnetic materials // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 950. P. 012003-8.
6. Поведение газовых включений в магнитной жидкости в микроканалах различной формы под действием неоднородного магнитного поля / П. А. Ряполов, Е. А. Соколов, Е. В. Шельдешова, Д. А. Калюжная, А. О. Васильева // Известия Российской академии наук. Серия физическая. 2023. Т. 87, № 3. С. 343–347. <https://doi.org/10.31857/S0367676522700600>.
7. Динамика активных пузырьков в магнитной жидкости в неоднородном магнитном поле / Е. А. Соколов, Д. А. Калюжная, А. Г. Рекс, В. И. Каленчук, Г. А. Жуков, Р. Е. Политов, П. А. Ряполов // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2023. Т. 13, № 1. С. 102–119. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-1-102-119>.
8. Микрофлюидные устройства со встроенными управляемыми источниками магнитного поля / Е. А. Соколов, Д. А. Калюжная, А. О. Васильева, П. А. Ряполов // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2022. Т. 12, № 1. С. 118–130. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2022-12-1-118-130>.
9. Rosensweig R. E. Buoyancy and stable levitation of a magnetic body immersed in a magnetizable fluid // Nature. 1966. Vol. 210. P. 613–614.
10. Kvitantsev A. S., Naletova V. A., Turkov V. A. Levitation of magnets and paramagnetic bodies in vessels filled with magnetic fluid // Fluid Dynamics. 2002. Vol. 37. P. 361–368.
11. Квитанцев А. С., Налетова В. А., Турков В. А. Левитация магнитов и тел из магнитомягких материалов в сосудах, заполненных магнитной жидкостью // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2002. № 3. С. 12–20.
12. Pshenichnikov A. F. Magnetic field in the vicinity of a single magnetic // Magnetohydrodynamics. 1993. Vol. 29, no. 1. P. 33–36.
13. Ivanov A. S., Pshenichnikov A. F., Khokhryakova C. A. Floating of solid non-magnetic bodies in magnetic fluids: Comprehensive analysis in the framework of inductive approach // Physics of Fluids. 2020. Vol. 32, no. 11. P. 112007-11.
14. Pohl H. A. Some effects of nonuniform fields on dielectrics // Journal of Applied Physics. 1958. Vol. 29, no. 8. P. 1182–1188.
15. Ivanov A. S., Pshenichnikov A. F. Magnetostatic buoyancy force acting on a non-magnetic sphere immersed in a ferrofluid magnetized by a gradient field // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2023. Vol. 565. P. 170294-8.

16. Meeker D. Improved open boundary conditions for magnetic finite elements // *IEEE Transactions on Magnetics*. 2013. Vol. 49, no. 10. P. 5243–5247.
17. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
18. Chukhrov A. Y. Magnetohydrodynamics levitation of bodies magnetized by an external field within a magnetic fluid // *Magnetohydrodynamics*. 1990. Vol. 26, no. 3. P. 392–395.
19. Ivanov A. S., Khokhryakova C. A. Non-magnetic solid body in ferrofluid containers: wall effects // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1945, no. 1. P. 012011-6.
20. Floating of dia-, para-, and superparamagnetic bodies in magnetic fluids: Analysis of wall effects in the framework of inductive approach / A. S. Ivanov, A. F. Pshenichnikov, C. Khokhryakova, S. A. Somov, M. A. Koskov // *Physics of Fluids*. 2021. Vol. 33, no. 11. P. 112001-10.

References

1. Shliomis M. I. Magnitnye zhidkosti [Magnetic fluids]. *Uspekhi fizicheskikh nauk = Successes of physical sciences*, 1974, vol. 17, pp. 435-458. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0112.197403b.0427>
2. Erb R. M., Vartin J., Soheillan R., Pan C., Barber J. R. Actuating soft matter with magnetic torque. *Advanced functional materials*, 2016, vol. 26, no. 22, pp. 3859–3880.
3. Menzel A. Tuned, driven, and active soft matter. *Physics Reports*, 2015, vol. 554, pp. 1–45.
4. Sokolova E., Vasilyeva A., Kalyuzhnaya D., Ryapolov P. Dynamics of nonmagnetic inclusions in a microchannel with a magnetic fluid in an inhomogeneous magnetic field. *AIP Advances*, 2022, vol. 12, no. 3, P. 035333.
5. Kazakov Y. B., Filippov V. A. Calculation of the performance of the electromagnetic magnetic fluid separator non-magnetic materials. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, vol. 950, pp. 012003-8.
6. Ryapolov P. A., Sokolov E. A., Sheldeshova E. V., Kalyuzhnaya D. A., Vasilyeva A. O. Povedenie gazovykh vkluychenii v magnitnoi zhidkosti v mikrokanalakh razlichnoi formy pod deistviem neodnorodnogo magnitnogo polya [Behavior of gas inclusions in magnetic fluid in microchannels of different shapes under the action of inhomogeneous magnetic field]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Seriya fizicheskaya = Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Physical Series*, 2023, vol. 87, no. 3, pp. 343–347. <https://doi.org/10.31857/S0367676522700600>
7. Sokolov E. A., Kalyuzhnaya D. A., Reks A. G., Kalenchuk V. I., Zhukov G. A., Polotov R. E., Ryapolov P. A. Dinamika aktivnykh puzyr'kov v magnitnoi zhidkosti v neodnorodnom magnitnom pole [Dynamics of Active Bubbles in a Magnetic Fluid in an Inhomogeneous Magnetic Field]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*, 2023, vol. 13(1), pp. 102–119. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2023-13-1-102-119>
8. Sokolov E. A., Kalyuzhnaya D. A., Vasilyeva A. O., Ryapolov P. A. Mikroflyuidnye ustroystva so vstroennymi upravlyaemymi istochnikami magnitnogo polya [Microfluidic devices with integrated controlled magnetic field sources]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technology*, 2022, vol. 12(1), pp. 118–130. <https://doi.org/10.21869/2223-1528-2022-12-1-118-130>
9. Rosensweig R. E. Buoyancy and stable levitation of a magnetic body immersed in a magnetizable fluid. *Nature*, 1966, vol. 210, pp. 613–614.

10. Kvitantsev A. S., Naletova V. A., Turkov V. A. Levitation of magnets and paramagnetic bodies in vessels filled with magnetic fluid. *Fluid Dynamics*, 2002, vol. 37, pp. 361–368.
11. Kvitantsev A. S., Naletova V. A., Turkov V. A. *Levitatsiya magnitov i tel iz magnitomyagkikh materialov v sosudakh, zapolnennykh magnitnoi zhidkost'yu* [Levitation of magnets and paramagnetic bodies in vessels filled with magnetic fluid]. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza = Fluid Dynamics*, 2002, vol. 37, pp. 361–368.
12. Pshenichnikov A. F. Magnetic field in the vicinity of a single magnetic. *Magnetohydrodynamics*, 1993, vol. 29, no. 1, pp. 33–36.
13. Ivanov A. S., Pshenichnikov A. F., Khokhryakova C. A. Floating of solid non-magnetic bodies in magnetic fluids: Comprehensive analysis in the framework of inductive. *Physics of Fluids*, 2020, vol. 32, no. 11, pp. 112007–11.
14. Pohl H. A. Some effects of nonuniform fields on dielectrics. *Journal of Applied Physics*, 1958, vol. 29, no. 8, pp. 1182–1188.
15. Ivanov A. S., Pshenichnikov A. F. Magnetostatic buoyancy force acting on a non-magnetic sphere immersed in a ferrofluid magnetized by a gradient. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2023, vol. 565, pp. 170294–8.
16. Meeker D. Improved open boundary conditions for magnetic finite elements. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2013, vol. 49, no. 10, pp. 5243–5247.
17. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Elektrodinamika sploshnykh sred* [Electrodynamics of continuous media]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 620 p.
18. Chukhrov A. Y. Magnetohydrodynamics levitation of bodies magnetized by an external field within a magnetic fluid. *Magnetohydrodynamics*, 1990, vol. 26, no. 3, pp. 392–395.
19. Ivanov, A. S., Khokhryakova C. A. Non-magnetic solid body in ferrofluid containers: wall effects. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1945, no. 1, pp. 012011–6.
20. Ivanov A. S., Pshenichnikov A. F., Khokhryakova C., Somov S. A., Koskov M. A. Floating of dia-, para-, and superparamagnetic bodies in magnetic fluids: Analysis of wall effects in the framework of inductive approach. *Physics of Fluids*, 2021. Vol. 33, no. 11. P. 112001–10.

Информация об авторе / Information about the Author

Иванов Алексей Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией «Динамики дисперсных систем», Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь, Российская Федерация, e-mail: lesnichiy@icmm.ru, ORCID: 0000-0003-1743-3526

Aleksey S. Ivanov, Cand. of Sci. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Head of the laboratory "Dynamics of Dispersed Systems", Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, the affiliate of the Perm Federal Scientific Research Center, Perm, Russian Federation, e-mail: lesnichiy@icmm.ru, ORCID: 0000-0003-1743-3526